Michał Baran
Uniwersytet Kardynała Stefana Wyszyńskiego
Jerzy Zabczyk
Instytut Matematyczny Polskiej Akademii Nauk

O rozwiązalności równania rynku obligacji z szumem Lévy'ego

Podstawowym obiektem przy opisie rynku obligacji jest tzw. stopa forward $f(\cdot,\cdot)$, która określa ceny obligacji zależnością

$$P(t,T) := e^{-\int_0^t f(t,u)\,du}, \qquad 0 \leqslant t \leqslant T \leqslant T^*,$$

gdzie $P(t,T)$ oznacza cenę w chwili t obligacji o terminie zapadalności T. W komunikacie przedstawimy model, w którym f jest zadane zależnością

$$df(t,T) = \alpha(t,T)\,dt + \sigma(t,T)\,dL(t), \tag{1}$$

gdzie L jest procesem Lévy'ego. Zakładamy, że rynek obligacji nie dopuszcza arbitrażu i współczynnik σ jest proporcjonalny do f, tzn.

$$\sigma(t,T) = \lambda(t,T)f(t,T),$$

gdzie λ jest funkcją deterministyczną. Wówczas równanie (1) sprowadza się do postaci

$$df(t,T) = J'\left(\int_t^T f(t,u)\lambda(t,u)\,du\right)\lambda(t,T)f(t,T)\,dt + \lambda(t,T)f(t,T)\,dL(t)$$

gdzie J jest wykładnikiem Laplace'a procesu L, tzn.

$$\mathbf{E}(e^{-zL(t)}) = e^{tJ(z)}, \qquad t \in [0,T^*],\ z \in \mathbb{R}.$$

Problem polega na sformułowaniu warunków na szum, przy których istnieje rozwiązanie powyższego równania. Przedstawione zostaną warunki konieczne i dostateczne w terminach wzrostu funkcji J oraz w terminach charakterystyk procesu L.