Zbigniew J. Jurek
Uniwersytet Wrocławski

O związkach między półgrupami rozkładalności Urbanika a półgrupami Mehlera

Dla probabilistycznej miary borelowskiej μ na przestrzeni Banacha E, z algebrą operatorów liniowych i ograniczonych $\mathbb{B}(E)$, *półgrupę rozkładalności Urbanika* μ definiujemy następująco:

$$\mathbf{D}(\mu) = \{A \in \mathbb{B}(X) : \mu = A\mu * \nu_A \text{ dla pewnej miary } \nu_A\}\,; \tag{1}$$

Urbanik [5], Jurek–Mason [3].

Jeśli półgrupa Urbanika $\mathbf{D}(\mu)$ zawiera jednoparametrową półgrupę operatorów T_t, $t \geqslant 0$ i jeśli w (1) oznaczymy $\rho_t := \nu_{T_t}$ (reparametryzacja) to iterując własność rozkładalności otrzymujemy, że

$$\rho_{t+s} = \rho_t * T_t\rho_s, \quad \text{dla wszystkich} \quad s, t \geqslant 0. \tag{2}$$

Jednoparametrowe rodziny miar ρ_t spełniające równanie (2) nazywamy *kocyklami miarowymi* (pojęcie z teorii kohomologii).

Z drugiej strony, równanie (2) jest warunkiem koniecznym i dostatecznym, aby operatory $\mathcal{T}_t$ (na funkcjach ciągłych i ograniczonych)

$$(\mathcal{T}_t f)(x) = \int_E f(T_t x + z)\rho_t(dz), \;\; f \in C_b(E), \;\; t \geqslant 0, \tag{3}$$

tworzyły półgrupę jednoparametrową w $\mathbb{B}(E)$. Półgrupy spełniające (3) nazywają się *półgrupami Mehlera*. Główny wyniki mówi, że (przy pewnych założeniach) półgrupy Mehlera (3) są postaci

$$(\mathcal{T}_t\, f)(x) = \mathbf{E}[f(T_t x + \int_{(0,t]} T_{t-s}\, dY(s))], \;\; f \in C_b(E), \tag{4}$$

gdzie Y jest pewnym stochastycznym procesem Lévy'ego.

Bibliografia

[1] M. Fuhrman, M. Röckner, *Generalized Mehler semigroups: the non-Gaussian case*, Potential Anal. 12 (2000), 1–47.
[2] Z. J. Jurek, *On relations between Urbanik and Mehler semigroups*, Probab. Math. Stat. 29 (2009), 297–308.
[3] Z. J. Jurek, J. D. Mason, *Operator-limit Distributions in Probability Theory*, J. Wiley, New York, 1993.
[4] B. Schmuland, W. Sun, *On equation* $\mu_{t+s} = \mu_s * T_s\mu_t$, Stat. Probab. Lett. 52 (2001), 183–188.
[5] K. Urbanik, *Lévy's probability measures on Banach spaces*, Studia Math. 63 (1978), 283–308.