Tomasz Klimsiak
Uniwersytet Mikołaja Kopernika w Toruniu, Wydział Matematyki i Informatyki

Stochastyczna reprezentacja rozwiązań parabolicznych równań różniczkowych z miarą

Niech $a : Q_T \equiv [0,T] \times \mathbb{R}^d \to \mathbb{R}^d \otimes \mathbb{R}^d, b : Q_T \to \mathbb{R}^d$ będą funkcjami mierzalnymi takimi, że

$$\lambda|\xi|^2 \leqslant \sum_{i,j=1}^{d} a_{ij}(t,x)\xi_i\xi_j \leqslant \Lambda|\xi|^2, |b_i| \leqslant \Lambda \quad \xi \in \mathbb{R}^d$$

dla pewnych $0 < \lambda \leqslant \Lambda$ i niech a będzie prawie wszędzie symetryczna. Dla zadanego operatora rożniczkowego

$$L_t = \frac{1}{2}\sum_{i,j=1}^{d} \frac{\partial}{\partial x_i}(a^{ij}\frac{\partial}{\partial x_j}) + \sum_{i=1}^{d} b_i \frac{\partial}{\partial x_i}$$

problem z przeszkodą dla półliniowych parabolicznych równan rożniczkowych polega na znalezieniu funkcji $u : Q_T \to \mathbb{R}$ takiej, że dla danych $\varphi : \mathbb{R}^d \to \mathbb{R}$, $h : Q_T \to \mathbb{R}$, $f : Q_T \times \mathbb{R} \times \mathbb{R}^d \to \mathbb{R}$,

$$\begin{cases} \min(u-h, -\frac{\partial u}{\partial t} - L_t u - f_u) = 0 & \text{in } Q_T, \\ u(T) = \varphi & \text{on } \mathbb{R}^d, \end{cases}$$

gdzie $f_u = f(\cdot,\cdot,u,\sigma\nabla u)$ i $\sigma\sigma^* = a$, tzn. u spełnia zadany warunek końcowy, przyjmuje wartości powyżej bariery h, spełnia nierówność $\frac{\partial u}{\partial t} + A_t u \leqslant -f_u$ w Q_T i równość $\frac{\partial u}{\partial t} + A_t u = -f_u$ na zbiorze $\{u > h\}$.

W komunikacie przedstawimy spojrzenie na ten problem jako na rozwiązanie pewnego półliniowego parabolicznego równiania rożniczkowego z miarą oraz przedstawimy jego stochastyczną reprezentację.

Bibliografia

[1] N. El Karoui, C. Kapoudjian, E. Pardoux, S. Peng, M. C. Quenez, *Reflected solutions of backward SDEs, and related obstacle problems for PDE's*, Ann. Probab. 25 (1997), 702–737.