Krzysztof Michalik
Instytut Matematyki i Informatyki Politechniki Wrocławskiej

Transformata Kelvina i zagadnienia brzegowe dla funkcji alfa-harmonicznych dla obszarów nieograniczonych

Niech D będzie zbiorem otwartym w R^d, $d \geqslant 2$, a $T(x) = \frac{x}{|x|^2}$ transformatą Kelvina z biegunem w $0 = (0, 0, \ldots, 0) \in R^d$. Rozpatrujemy funkcje u, które są α-harmoniczne na D i zerują się poza obszarem. Niech TD oznacza obraz D przez transformatę T, a $(Tu)(Tx) = |x|^{d-\alpha}T(x)$ definiuje transformatę Kelvina funkcji u. Wiadomo, że jeśli u jest alfa-harmoniczna na D to Tu jest alfa-harmoniczna na TD. Niech X^u oraz X^{Tu} oznaczają procesy warunkowane (w sensie Dooba) funkcjami odpowiednio u i Tu. Pokazujemy, że transformata procesu X^u zdefiniowana jako $T(X_t^u) = \frac{X_t^u}{|X_t^u|^2}$ po odpowiedniej zmianie czasu jest równa co do rozkładu procesowi X^{Tu}. Następnie stosujemy to twierdzenie do analizy funkcji alfa-harmonicznych na nieograniczonych obszarach Lipschitza D takich, że $0 \notin \overline{D}$. Pokazujemy, że znane zagadnienia brzegowe dla funkcji alfa-harmonicznych na ograniczonych obszarach Lipschitza takie jak teoria przestrzeni H^p i względne twierdzenie Fatou są prawdziwe rownież dla nieograniczonych obszarów Lipschitza.

Bibliografia

[1] K. Bogdan, T. Żak, *On Kelvin Transformation*, J. Theoret. Probab. 19 (2006), 89–119.
[2] K. Michalik, M. Ryznar, *Hardy spaces for α-harmonic functions in regular domains*, Math. Z. 265 (2010), 173–186, DOI: 10.1007/s00209-009-0509-8.
[3] K. Michalik, M. Ryznar, *Relative Fatou theorem for α-harmonic functions in Lipschitz domains*, Illinois J. Math. 48 (2004), 977–998.