Urszula Skwara
Uniwersytet Marii Curie-Skłodowskiej, Lublin

Asymptotyczne własności stochastycznego równania symbiozy

Zależności pomiędzy dwoma gatunkami żyjącymi w symbiozie można opisać układem równań różniczkowych

$$x' = (a_1 + b_1 y - c_1 x)x$$
$$y' = (a_2 + b_2 x - c_2 y)y$$

gdzie $a_i, b_i, c_i > 0$ $(i = 1, 2)$, $x(t)$, $y(t)$ oznaczają wielkości poszczególnych gatunków w chwili t. Ponieważ populacje podlegają fluktuacjom losowym otoczenia, to bardziej realistyczny jest model stochastyczny opisany następującym układem równań

$$dX(t) = ((a_1 + b_1 Y(t) - c_1 X(t))\, dt + \rho_{11}\, dW_1(t) + \rho_{12}\, dW_2(t))\, X(t), \tag{1}$$
$$dY(t) = ((a_2 + b_2 X(t) - c_2 Y(t))\, dt + \rho_{21}\, dW_1(t) + \rho_{22}\, dW_2(t))Y(t), \tag{2}$$

gdzie $a_i, b_i, c_i > 0$ $(i = 1, 2)$, $W_1(t)$, $W_2(t)$ są niezależnymi standardowymi procesami Wienera, $X(t), Y(t)$ oznaczają rzeczywiste procesy stochastyczne reprezentujące populacje poszczególnych gatunków. Najpierw dowodzimy istnienia, jednoznaczności i dodatniości rozwiązań układu (1), (2) przy założeniu, że $b_1 b_2 < c_1 c_2$. Następnie badamy zachowanie trajektorii procesów $X(t)$ i $Y(t)$ oraz ich rozkładów, gdy czas zmierza do nieskończoności. Główny nacisk kładziemy na badanie asymptotycznej stabilności rozkładów. Badanie tego typu własności procesu ma istotne znaczenie dla zrozumienia własności biologicznych modelu.

Bibliografia

[1] L. Arnold, W. Horsthemke, J. W. Stucki, *The influence of external real and white noise on the Lotka–Volterra model*, Biometrical J. 21 (1979), 451–471.

[2] R. Rudnicki, *Long-time behaviour of stochastic prey-predator model*, Stochastic Process. Appl. 108 (2003), 93–107.

[3] U. Skwara, *A stochastic model of symbiosis*, Ann. Polon. Math. 97 (2010), 257–272

[4] U. Skwara, *A stochastic model of symbiosis with degenerate diffusion process*, Ann. Polon. Math., w druku.

[5] E. Tornatore, L. Manca, H. Fujita Yashima, *Asymptotic behaviour of the solution of the system of stochastic equations for two competing species*, Istit. Lombardo Accad. Sci. Lett. Rend. A 136/137 (2002/03), 151–183.