Pomiar ryzyka odchylenia od benchmarku w warunkach zmiennej w czasie strategii inwestycyjnej OFE - kotynuacja

Wojciech Otto
Uniwersytet Warszawski

Referat przygotowany na Ogólnopolską Konferencję Naukową „Zagadnienia aktuarialne – teoria i praktyka”

Warszawa, 14-16 maja 2012

Wprowadzenie

Prezentacja jest kontynuacją referatu ubiegłorocznego, i tak jak i ów referat nawiązuje do proponowanych (w ramach tzw. „Projektu Boniego” z jesieni 2010 roku) regulacji dotyczących wymogów kapitałowych stawianych PTE, które zarządzają aktywami OFE. Wymogi te są pochodną ryzyka dopłaty, jakie PTE dokonuje na rzecz zarządzanego subfunduszu (części OFE), o ile osiągnie stopę zwrotu (*SZ*) niższą od Dostatecznej Stopy Zwrotu (*DSZ*), określonej na podstawie Referencyjnej Stopy Zwrotu (*RSZ*), określonej jako stopa zwrotu z Portfela Referencyjnego tego subfunduszu.

Na przykład dla subfunduszu A, którego Portfel Referencyjny składać się miałby w 75% z akcji, zapisy Projektu precyzują to ryzyko następująco:

$$DSZ = \min\{RSZ;\quad 90\%RSZ\} - 10\%,$$

$$Kara = 20\% \cdot \max\{DSZ - SZ;\quad 0\} \cdot AktywaNetto,$$

- Gdzie *RSZ*, *SZ* i *DSZ* są to stopy trzyletnie (nieannualizowane),
- Rozliczenie kary (a także nagrody, o ile zajdzie $SZ > RSZ$) dokonywane jest raz na rok.

Zagrożenie karą miałoby być monitorowane w częstotliwością miesięczną.

Minimalny Wymagany Kapitał i jego składniki

Minimalny Wymagany Kapitał (*MWK*) wyznaczany jest raz na miesiąc ze wzoru:

$$MWK = \max\{0.4\%; MWK1 + MWK2\} \cdot AktywaNetto,$$

- $MWK1$ to składnik odpowiadający (z grubsza) spodziewanym dopłatom w dwóch najbliższych datach rozliczenia (kar i nagród), wyznaczonym przy założeniu, że od dziś do końca drugiego z okresów rozliczeniowych subfundusz osiągać będzie zwroty identyczne jak Portfel Referencyjny
- $MWK2$ ma być miarą ryzyka, iż jeszcze przed końcem tych okresów rozliczeniowych subfundusz osiągać będzie zwroty różniące się od stóp zwrotu z Portfela Referencyjnego

Składniki *MWK*1 i *MWK*2 w „Projekcie Boniego”

$$MWK1 = \begin{cases} 20\% \cdot \left(\max\{DSZ1 - SZ1;\, 0\} + \max\{DSZ2 - SZ2;\, 0\}\right) & gdy \quad (SZ1 < DSZ1) \vee (SZ2 < DSZ2) \\ -10\% \cdot \min\{SZ1 - DSZ1;\, SZ2 - DSZ2\} & gdy \quad (SZ1 \geq DSZ1) \wedge (SZ2 \geq DSZ2) \end{cases}$$

gdzie:

- *DSZ*1 oraz *SZ*1 obejmują ubiegłą część 3-letniego okresu rozliczeniowego kończącego się w najbliższym dniu rozliczenia, zaś *DSZ*2 oraz *SZ*2 obejmują ubiegłą część okresu odpowiadającego następnej dacie rozliczenia (12 miesięcy później),
- Wyznaczając stopę zwrotu *SZ*2 uwzględniamy efekt (ewentualnej) dopłaty w najbliższym dniu rozliczenia.

$$MWK2_t = \max\left\{0.20 \cdot \left|SZ_t - RSZ_t\right|,\quad 0.95 \cdot MWK2_{t-1}\right\},$$ gdzie:

- proces wyjściowy to moduły różnic miesięcznych stóp zwrotu, zaś t to numer miesiąca.

Funkcjonowanie wymogów kapitałowych

Oprócz Minimalnego Wymaganego Kapitału określa się Margines Wypłacalności, równy z definicji dwukrotności MWK. Podobnie jak w nadzorze nad firmami ubezpieczeniowymi:

- Brak pokrycia Marginesu Wypłacalności środkami własnymi PTE uruchamia umiarkowaną interwencję Nadzoru, nakierowaną na uzdrowienie sytuacji finansowej PTE
- Brak pokrycia MWK stanowi sygnał do podjęcia przez Nadzór działań bardziej radykalnych

Oczekiwane skutki proponowanych regulacji to:

- Regulacje mają określać ***budżet ryzyka*** (granice swobody odchodzenia od benchmarku)
- Dobre dotychczasowe wyniki (ujemna wartość *MWK*1) zwiększają ***budżet ryzyka***
- Wzrost *MWK*1 (szczególnie powyżej zera) ma skłaniać PTE do „***zbliżenia się do benchmarku***".
- W obliczu strat pożądana strategia to „***pogodzenie się ze stratą i redukcja ryzyka, iż strata ulegnie pogłębieniu***",
- Strategia przeciwna: „***skoro mamy straty, zwiększmy ryzyko, aby zwiększyć szansę ich odrobienia***" ma niemal automatycznie narażać PTE na interwencję Nadzoru

Pożądane własności *MWK*2

Definicję *MWK*2 wymogów kapitałowych z Raportu można zapisać w postaci:

$$Y_t = \max\{0{,}95 \cdot Y_{t-1}, X_t\},$$

gdzie X_t to zmienna monitorowana, równa $20\%|SZ_t - RSZ_t|$, zaś Y_t to zmienna monitorująca.

<u>Pożądane własności stabilne</u> – a więc występujące w warunkach, gdy realizacje dodatnich zmiennych losowych $X_t, X_{t-1}, X_{t-2}, \ldots$ tworzą przez wiele miesięcy poprzedzających miesiąc *t* ciąg i.i.d.:

- Wartość oczekiwana Y_t powinna być możliwie bliska kwantylowi pewnego ustalonego rzędu (wysokiego) zmiennej wyjściowej X_t (nieobciążoność)
- Wariancja, skośność i kurtoza zmiennej Y_t powinny być możliwie niewielkie (efektywność)
- Ww. własności powinny być odporne na błąd założenia o rozkładzie zmiennej X_t (odporność)

<u>Pożądane własności dynamiczne</u>:

- Zmienna Y_t powinna szybko reagować wzrostem (lub spadkiem) na istotną zmianę parametru skali rozkładu zmiennej wyjściowej X_t.
- Ważniejsza jest przy tym szybkość reakcji na wzrost parametru skali niż na jego spadek.

Uogólnienie procesu autoregresyjnego maksimum

Poszukiwania lepszej formuły dla *MWK*2 motywowane są stosunkowo słabą efektywnością zaproponowanej formuły procesu autoregresyjnego, przy niezłym poziomie spełnienia pozostałych własności (nieobciążoność, odporność oraz własności dynamiczne)

<u>Spostrzeżenie</u>: proces, (powiedzmy, proces autoregresyjny potęgowy) o postaci:

$$Y_t = \left\{ (w \cdot Y_{t-1})^{\gamma} + (s \cdot X_t)^{\gamma} \right\}^{1/\gamma}$$

jest procesem ogólniejszym, którego granicznym przypadkiem przy $\gamma \to \infty$ jest proces autoregresyjnego maksimum, w wersji dokładnie pokrywającej się z Raportem o ile przyjmiemy $s = 1$ oraz $w = 0.95$.

Dobór parametrów *s*, *w* oraz γ, jak również rzędu kwantyla zmiennej monitorowanej, której miałaby być równa wartość oczekiwana zmiennej monitorującej, można w tej sytuacji przeprowadzić na drodze minimalizacji odpowiednio skonstruowanej funkcji kary.

Wadą procesu autoregresyjnego potęgowego jest to, że jeszcze mniej można o nim się dowiedzieć (niż o procesie autoregresyjnego maksimum) za pomocą rozważań analitycznych.

Wybrany wariant procesu

Uznano, że najlepszy kompromis pomiędzy stopniem zachodzenia pożądanych własności procesu osiągany jest w jego wariancie:

$$Y_t = \left\{(0.917 \cdot Y_{t-1})^{2.7} + (0.918 \cdot X_t)^{2.7}\right\}^{1/2.7},$$

gdzie w rezultacie wartość oczekiwana Y_t jest bardzo bliska kwantylowi rzędu 0.92 tego rozkładu zmiennej X_t (po długim ciągu niezależnych realizacji tej zmiennej z tego samego rozkładu).

Wnioski te otrzymano przy założeniu, że logarytm naturalny zmiennej $(1+SZ_t)/(1+RSZ_t)$ ma rozkład dany gęstością z rodziny gęstości postaci:

$$f(x) = \frac{1}{2 \cdot c \cdot \Gamma(1/r+1)} \exp\left(-\left|x/c\right|^r\right)$$

o trzech różnych poziomach parametru kształtu *r*, równych:

- 1 – co sprowadza się do gęstości wykładniczej,
- 2 – co sprowadza się do gęstości normalnej,
- 1.4 – co jest przypadkiem pośrednim, potwierdzonym na danych historycznych.

Spektrum testowanych rozkładów (*odporność*)

- Wybór rozkładu lognormalnego jako najmniej leptokurtycznego z możliwych oparto na tradycji.
- Wybór rozkładu logarytmiczo-wykładniczego (dwustronnie) wybrano dość arbitralnie: jest to rozkład o najmniejszej wartości parametru kształtu *r*, który jednak posiada skończone momenty.
- Przypadek pośredni z wartością parametru kształtu $r = 1.4$ został zweryfikowany empirycznie na podstawie próbki miesięcznych stóp zwrotu z 14 obecnie funkcjonujących OFE z okresu od stycznia 2002 do marca 2012.
    - Obserwację stanowiło odchylenie stopy zwrotu danego OFE w danym miesiącu od średniej z tego miesiąca.
    - Wahania przeskalowano dzieląc je przez odwrotności odchyleń standardowych specyficznych dla danego OFE
    - Skale wahań skorygowano także o odchylenia standardowe charakteryzujące poszczególne miesiące, stosując jednak odpowiednie wygładzenie (podobnie jak w modelach ARCH).
    - Ostatecznie estymatę $r = 1.4$ uzyskano metodą Największej Wiarygodności

Charakterystyki stabilne zmiennych X_t i Y_t

Charakterystyki	r=1		r=1.4		r=2	
	X_t	Y_t	X_t	Y_t	X_t	Y_t
wartość oczekiwana	1.01%	**2.54%**	1.09%	**2.54%**	1.14%	**2.50%**
odch. standardowe	1.01%	0.88%	0.93%	0.71%	0.86%	0.58%
skośność	1.99	1.33	1.43	0.95	1.00	0.63
kurtoza	5.84	3.38	2.63	1.76	0.87	0.79
92-gi percentyl	**2.54%**	3.84%	**2.56%**	3.61%	**2.49%**	3.37%

Należy zaznaczyć, że kwantyle rzędu 4% zmiennej $(1+SZ_t)/(1+RSZ_t)$ można otrzymać mnożąc wartość oczekiwaną Y_t przez współczynnik o odpornej wartości równej -99%.

Charakterystyki dynamiczne procesu autoregresyjnego potęgowego

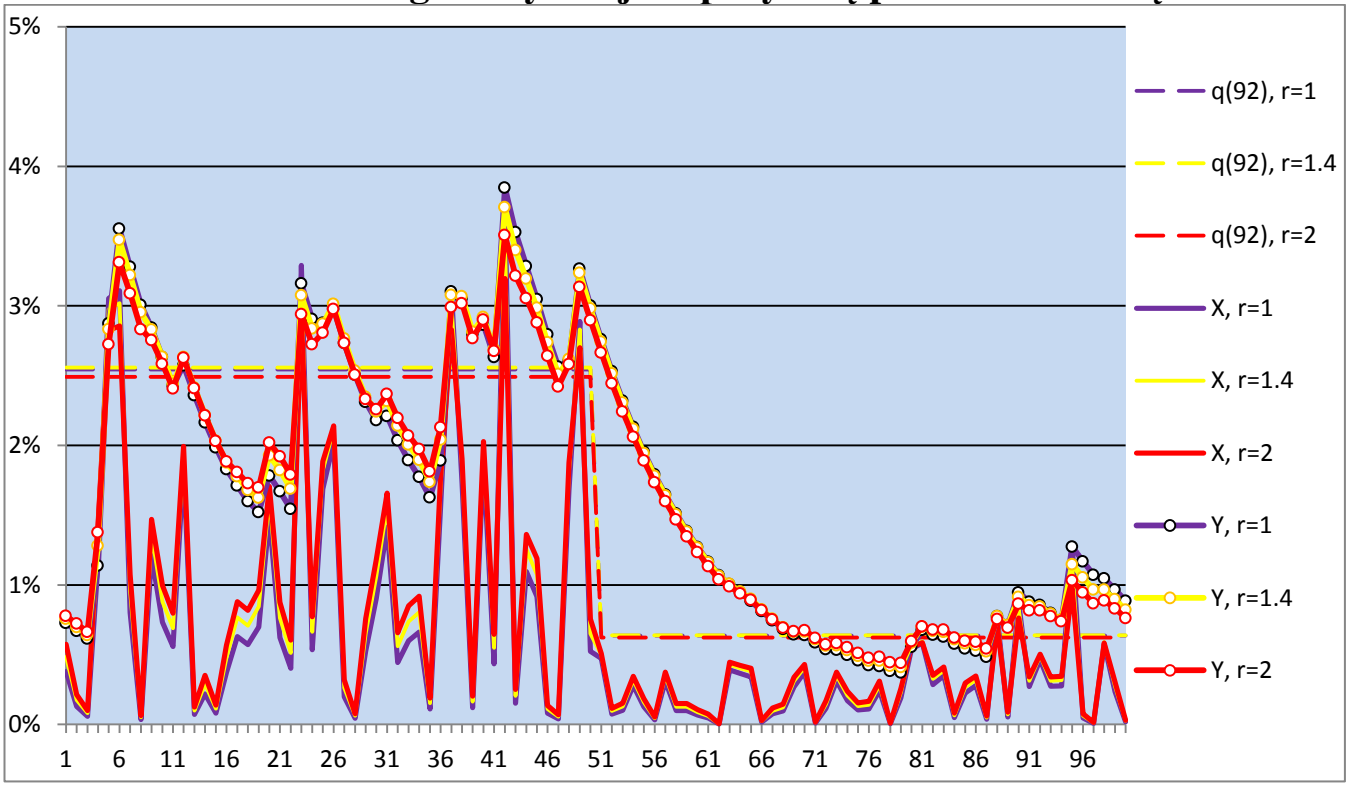
Liczba mies. od zmiany (k)	$E(Y_{t+k})$ po redukcji parametru skali			$E(Y_{t+k})$ po wzroście parametru skali		
	r = 1	r = 2	r = 3	r = 1	r = 2	r = 3
0	**100%**	**100%**	**100%**	**25%**	**25%**	**25%**
1	91.8%	91.3%	92.3%	45.9%	47.3%	49.3%
3	78.1%	77.6%	78.3%	70.6%	72.3%	74.6%
6	61.7%	61.2%	61.7%	87.5%	88.8%	90.8%
9	49.5%	49.0%	49.4%	93.0%	93.8%	95.6%
12	41.1%	40.5%	40.6%	97.3%	97.0%	98%
15	34.7%	34.2%	34.3%	98.5%	98.0%	99.0%
18	31.1%	30.6%	30.6%	100%	99.5%	100%

Rola poszczególnych parametrów procesu

Parametry wzoru $Y_t = \left\{(w \cdot Y_{t-1})^{\gamma} + (s \cdot X_t)^{\gamma}\right\}^{1/\gamma}$ pełnią następujące role:

- *s* jest parametrem skali (dostosowujemy go do tego, jaki procent niedoboru (DSZ – SZ) pokrywa PTE) – zmiany jego wartości reprezentują także zmianę stosowanej przez PTE strategii aktywnej ma pasywną i vice versa
- *w* odpowiada za kompromis pomiędzy efektywnością (wysoką gdy wartość *w* jest bliska jedynce) a szybkością przystosowania do zmian parametru skali zmiennej monitorowanej (wysoką przy mniejszych wartościach *w*)
- γ odpowiada za to, który kwantyl rozkładu zmiennej X_t chcemy śledzić (np. dla kwantyla rzędu 0.975 parametr ten przyjąłby wartość większą od 10-ciu),
    - Powyższa rola parametru γ związana jest z faktem, że śledzimy kwantyl rozkładu zmiennej X_t zadanego rzędu mając skąpe informacje o jej rozkładzie
    - Przy pełnej informacji o kształcie rozkładu zmiennej X_t rolę tę przejmie parametr *s*

Przykładowy przebieg symulacji:
zmiana strategii aktywnej na pasywną po 50-ciu miesiącach



Literatura:

Powoływany w tekście „projekt Boniego” to projekt regulacji ustawowych oparty na Raporcie pt.: „Bezpieczeństwo dzięki różnorodności. Poprawa efektywności funkcjonowania otwartych funduszy emerytalnych. Propozycje zmian” , KPRM 2010,

sporządzonym przez zespół ekspertów w składzie:

Agnieszka Chłoń-Domińczak, Wojciech Otto, Dariusz Stańko, Michał Szymański

Pracujący pod kierownictwem Marka Góry.