

Oszacowania typu $L^p - L^q$ rozwiązania zagadnienia początkowego dla niejednorodnego równania płyty

Rozważamy zagadnienie Cauchy'ego dla niejednorodnego równania płyty postaci

$$u_{tt} + c_2^2 l_2^2 \Delta^2 u - c_2^2 \Delta u = 0 \quad (1.1)$$

$$u(0, x) = u_0(x), \quad u_t(0, \cdot) = u_1(x) \quad (1.2)$$

$x \in R^3$, $t \in R_+$, $u : R_+ \times R^3 \rightarrow R$, c_2, l_2 oznaczają dodatnie stałe.

W referacie pokazane zostaną oszacowania typu $L^1 - L^\infty$ oraz $L^2 - L^2$ rozwiązania zagadnienia początkowego (1.1)–(1.2). Stosując twierdzenia o interpolacji oraz twierdzenia o zanurzaniu sformułowane zostanie i wykazane twierdzenie dotyczące oszacowań $L^p - L^q$ rozwiązania zagadnienia Cauchy'ego (1.1)–(1.2).

Twierdzenie. Niech $s \in N_0$,

$$s \geq \left[4 \left(1 - \frac{2}{q} \right) \right] + 1, \quad 1 < p < q < \infty, \quad \frac{1}{p} + \frac{1}{q} = 1.$$

Jeżeli $[u_1, \nabla u_0, \nabla^2 u_0]^T \in W^{s,p}(R^3)$, to

$$\|u_t, \nabla u, \nabla^2 u\|_q \leq C(1+t)^{-(1-2/q)/2} \|u_t, \nabla u, \nabla^2 u\|_{s,p}.$$