W. MOSZYŃSKI (Warszawa)

O WYZNACZANIU WSPÓŁCZYNNIKÓW BEZPIECZEŃSTWA KONSTRUKCJI

1. *Współczynnikiem bezpieczeństwa* n dowolnie obranego elementu konstrukcji jest stosunek σ_{kr}/σ naprężenia krytycznego σ_{kr} materiału danego elementu do najwyższej wartości σ występującego w nim naprężenia, wywołanego przez wszystkie obciążenia działające jednocześnie na konstrukcję. Będziemy tu rozpatrywali jedynie konstrukcje poddane obciążeniom statycznym. Toteż w przypadku materiałów ciągliwych za naprężenie krytyczne będziemy uważali granicę plastyczności Q równą naprężeniu wywołującemu trwałe wydłużenie materiału o 0,2%.

W tym więc przypadku będziemy mieli

$$n = \frac{Q}{\sigma} = \frac{QF}{P}, \tag{1}$$

gdzie F jest uogólnionym niebezpiecznym przekrojem elementu konstrukcji, a P jest występującym w nim uogólnionym obciążeniem; F może więc być polem (F cm^2 niebezpiecznego przekroju elementu), albo jego osiowym wskaźnikiem wytrzymałości (W_x cm^3 przy zginaniu) lub biegunowym wskaźnikiem wytrzymałości (W_b cm^3 przy skręcaniu), a P może być siłą (P kG) wzdłużnie rozciągającą ów element, albo momentem (M kGcm) zginającym go w płaszczyźnie prostopadłej do osi x lub skręcającym go w płaszczyznach prostopadłych do jego osi wzdłużnej. W ten sposób możemy jednocześnie rozpatrywać wszystkie przypadki prostego rozciągania, zginania i skręcania elementów konstrukcji.

Wielkości Q, F i P występujące w zależności (1) są wzajemnie niezależnymi zmiennymi losowymi, a więc i współczynnik n jest zmienną losową. Jeżeli za warunek trwałości danego elementu konstrukcji przyjmiemy nierówność

$$n > 1, \tag{2}$$

to znając rozkłady zmiennych Q, F i P będziemy mogli obliczyć prawdopodobieństwo p trwałości [1]).

Obliczając współczynnik bezpieczeństwa wprowadzamy do wzoru (1) nominalne wartości Q_n, F_n i P_n wchodzących do niej wielkości i uzyskujemy jego wartość nominalną

$$n_n = \frac{Q_n F_n}{P_n}, \tag{3}$$

dla której warunek (2) nie wystarcza, i powinien być zastąpiony przez

$$n_n \geqslant n'_{np}, \tag{4}$$

gdzie n'_{np} jest dolną wartością współczynnika n spełniającą warunek (2) z żądanym prawdopodobieństwem p.

Wartości nominalne Q_n, F_n i P_n przyjmuje się rozmaicie, np. jako praktycznie spotykane dolne, średnie lub górne wartości wielkości Q, F i P. Toteż i nominalna wartość n_n współczynnika wypada rozmaicie, mimo iż istotne bezpieczeństwo konstrukcji, określone przez prawdopodobieństwo p spełnienia warunku (2), nie ulega zmianie.

Przedmiotem niniejszej pracy jest:

a) zwrócenie uwagi na celowość normalizacji pojęć związanych z obliczaniem współczynników bezpieczeństwa, w szczególności ustalenia, co należy rozumieć przez nominalne wartości wielkości Q, F i P, oraz przedstawienie związanych z tym propozycji;

b) zwrócenie uwagi na korzyści, jakie daje przyjęcie dla zmiennych losowych Q, F i P rozkładów logarytmonormalnych oraz podanie opartego na nich sposobu obliczania współczynników bezpieczeństwa;

c) zaproponowanie układu klas bezpieczeństwa konstrukcji opartego na racjonalnie zbudowanym ciągu teoretycznych wartości prawdopodobieństwa p spełnienia warunku (2) oraz wskazanie na

---

[1]) Na probabilistyczny charakter współczynnika bezpieczeństwa pierwszy zwrócił uwagę W. Wierzbicki w 1936 r. Por. [1], [2] i [3].

W ostatnich latach ogłosili prace związane z tym zagadnieniem N. Strelecki [4], A. Rżanicyn [5] i R. Muller [5].

praktyczne korzyści stosowania tego układu i podanie związanych z tym wytycznych.

Rozważania nasze zakończymy prostym przykładem obliczenia.

2. Celowość normalizacji pojęć związanych z obliczaniem współczynników bezpieczeństwa staje się oczywista, jeżeli wyniki obliczeń mają być porównywalne. Przyjmiemy tu następujące nazwy i symbole, częściowo będące w powszechnym użyciu, częściowo stanowiące treść naszych propozycji[2]):

Wartością medialną, lub krócej *medianą*, nazywamy wartość u_0 zmiennej losowej u, dla której funkcja całkowa rozkładu $F(u_0)=0{,}5$.

Wartością dolną u'_{100p} i *wartością górną* u''_{100p} zmiennej losowej u będziemy nazywali te jej wartości, dla których odpowiednio jest $F(u'_{100p})=1-p$ lub $F(u''_{100p})=p$. Nazwa ta wydaje się nam bardziej obrazowa i z tego względu dogodniejsza niż ogólna nazwa kwantyli stosowana w teorii prawdopodobieństwa. Dla prostoty pisowni piszemy na dole przy u' i u'' nie p lecz $100p$. W ten sposób Q'_{95} oznacza taką dolną wartość granicy plastyczności, iż $Q>Q'_{95}$ z prawdopodobieństwem 95%, a P''_{90} oznacza taką górną wartość obciążenia, że $P<P''_{90}$ z prawdopodobieństwem 90%.

Ponadto nazwiemy ilorazy $g'_{up}=u_0/u'_{100p}$ i $g''_{up}=u''_{100p}/u_0$ *dolnym* i *górnym odchyleniem względnym* zmiennej losowej u od jej mediany u_0 przy obranym prawdopodobieństwie p.

Przy wyznaczaniu dolnych i górnych wartości wszystkich zmiennych losowych za *normalne prawdopodobieństwo* p proponujemy przyjąć 0,98. Związane z tym będą *normalne wartości górna* i *dolna* u' i u'' oraz *normalne odchylenia względne górne* i *dolne* $g'_u=g''_u=g_u$. W oznaczeniach tych pomijamy, dla prostoty pisowni, wskaźniki liczbowe 98. Możemy w tych uproszczeniach pójść jeszcze dalej i pomijać wyraz *normalne*, ilekroć nie zachodzi obawa nieporozumienia.

[2]) Autor proponuje terminy *wartość dolna* i *górna*, *dolne* i *górne odchylenie względne*; używa również określenia *normalny* w przypadkach, gdy prawdopodobieństwo ma konwencjonalną wartość 98%. Jak się zdaje, terminy te odpowiadają potrzebom i zwyczajom techniki, mogą jednak budzić pewne wątpliwości u matematyków. Prosimy czytelników o zajęcie stanowiska i ewentualne zgłoszenie kontrpropozycji (*Red.*).

3. W obliczeniach wytrzymałości konstrukcji występują przeważnie zmienne losowe, które z natury rzeczy nie mogą być ujemne, mogą zaś, przynajmniej teoretycznie, przyjmować wartości dodatnie dowolnie wielkie w porównaniu z medianą. W szczególności takie są wszystkie wielkości wchodzące do zależności (1). Rozkłady ich są z reguły asymetryczne i najczęściej bliskie rozkładów logarytmonormalnych. Stwierdzono to doświadczalnie dla wielu wielkości fizycznych, między innymi dla granicy plastyczności Q i dla wytrzymałości doraźnej R różnych odmian stali konstrukcyjnych[3]).

Przez *rozkład logarytmonormalny* rozumiemy taki rozkład zmiennej losowej u, iż jej logarytm ma rozkład normalny. A zatem obok zbioru wartości $u_1, \ldots, u_i, \ldots, u_m$ rozpatrujemy taki zbiór $x_1, \ldots, x_i, \ldots, x_m$ wartości innej zmiennej losowej x, że każdej wartości u_i pierwszego zbioru odpowiada wartość $x_i = \log u_i$ drugiego zbioru; zmienna losowa x ma rozkład normalny.

Rozkład normalny $N(x_0, s_x)$ ma funkcję gęstości prawdopodobieństwa

$$y = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\, s_x} e^{-(x-x_0)^2/2s_x^2}, \tag{5}$$

przy czym $x_0 = \log u_0$ jest wartością średnią rozkładu, a s_x — jego odchyleniem średnim. Rozkład logarytmonormalny ma funkcję gęstości $v = \psi(u)$, którą wyznaczymy z równości $y\,dx = v\,du$ odpowiadających sobie elementarnych prawdopodobieństw obydwóch rozkładów. Stąd

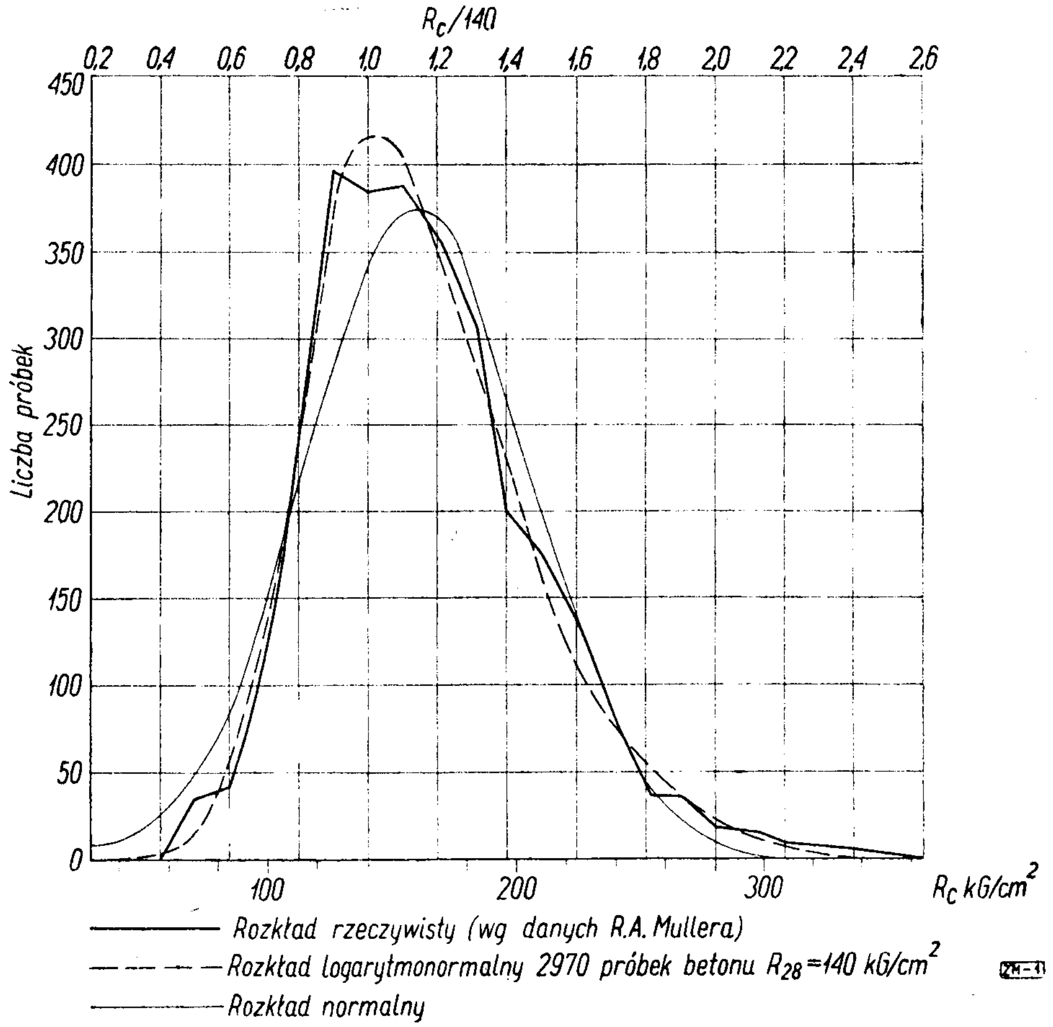
$$v = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\, s_x u} e^{-\log^2 \frac{u}{u_0} / 2s_x^2}. \tag{6}$$

Rysunek 1 (str. 87) przedstawia różnicę kształtu krzywych (3) i (4) przy dość wysokiej wartości współczynnika zmienności $s_x/x_0 = 0{,}28$ rozkładu doraźnej wytrzymałości R_c na ściskanie betonu pospolitej jakości. Przy kilkakrotnie mniejszych wartościach tego współczynnika różnica kształtu krzywych (3) i (4) jest znacznie mniejsza. Widać to z rysunku 2 (str. 88) przedstawiają-

[3]) W. Moszyński, [6] i [7].

(Dowód, o którym Autor wspomina, jest oparty na metodzie wykreślnej. W jednym z najbliższych zeszytów Zastosowań Matematyki przedstawimy wynik weryfikacji testem chi-kwadrat, również pozytywny (*Red.*).)

cego logarytmonormalny rozkład $v = \psi(Q)$ granicy plastyczności Q miękkiej węglowej stali konstrukcyjnej 015 na tle odpowiadającego mu rozkładu normalnego $y = \varphi(x)$. W danym przypadku współ-



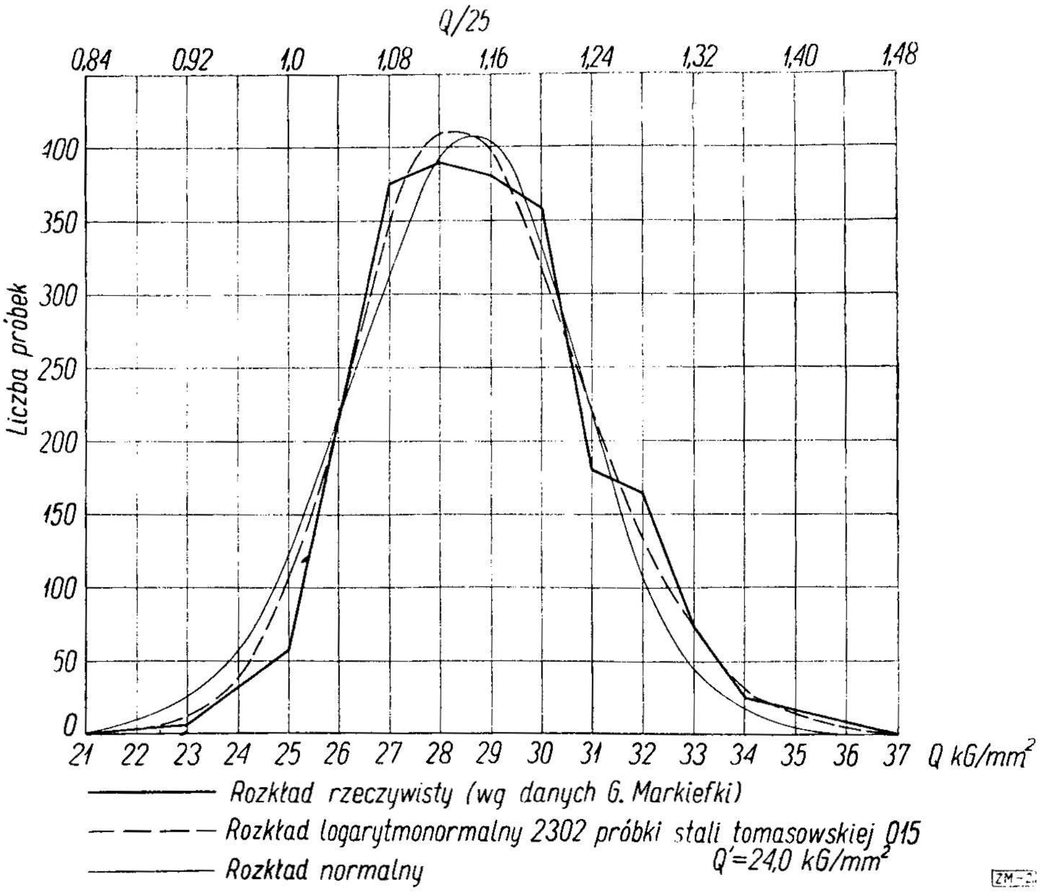
Rys. 1.

czynnik zmienności wynosi zaledwie 0,042. Na obydwóch rysunkach zaznaczono dla orientacji łamaną linią wieloboki rzeczywistego rozkładu doraźnej wytrzymałości R_c betonu przy ściskaniu oraz granicy plastyczności Q stali przy rozciąganiu, zgodnie z wynikami dwóch serii badań.

Z zależności (6) łatwo możemy stwierdzić, że u_0 jest medianą rozkładu, gdyż podstawiając $\ln u/u_0 = x - x_0$ znajdujemy $du = u\,dx$; stąd

$$\int_0^{u_0} v\,du = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\,s_x} \int_{-\infty}^{x_0} e^{-(x-x_0)^2/2s_x^2}\,dx = 0{,}5\,.$$

Obrawszy górną wartość zmiennej $x_p'' = \log u_p''$ możemy określić prawdopodobieństwo p, iż $u < u_{100p}$. Podstawiając $\log u/u_0 = x - x_0 = s_x \varkappa$ znajdziemy



Rys. 2.

$$p = \int_0^{u_p''} v\,du = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\,s_x} \int_{-\infty}^{x_p''} e^{-(x-x_0)^2/2s_x^2}\,dx =$$

$$= 0{,}5 + \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^{\varkappa_p''} e^{\varkappa^2/2}\,d\varkappa = 0{,}5 + \theta(\varkappa_p''),$$

jeżeli przez $\theta(\varkappa)$ oznaczymy funkcję Laplace'a. Przeciwnie, obrawszy dowolną wartość p możemy wyznaczyć przesunięcie $\varkappa$

i stąd odchylenie $x_p'' - x_0$ oraz względne odchylenie $g_p'' = u_{100p}''/u_0$. Podobnie rzecz się ma z określeniem prawdopodobieństwa p, iż $u > u_{100p}'$. Przy rozkładach logarytmonormalnych możemy więc posługiwać się tablicami funkcji Laplace'a równie dobrze, jak przy rozkładach normalnych.

4. Rozkład logarytmonormalny nie tylko dobrze odtwarza rzeczywiste rozkłady większości wielkości wchodzących do obliczeń wytrzymałości konstrukcji, lecz jest poza tym szczególnie korzystny wówczas, gdy — jak to najczęściej zachodzi — obliczenia te opieramy na zależnościach jednomianowych postaci (1) lub, ujmując rzecz ogólniej, postaci

$$u = b u_1^{a_1} u_2^{a_2} \ldots u_i^{a_i} \ldots u_m^{a_m}. \tag{7}$$

Wielkości $u_1, u_2, \ldots, u_i, \ldots, u_m$ są tu wzajemnie niezależnymi zmiennymi losowymi o rozkładach logarytmonormalnych, o znanych medianach $u_{10}, u_{20}, \ldots, u_{i0}, \ldots, u_{m0}$, oraz o znanych normalnych odchyleniach względnych $g_{u_1}, g_{u_2}, \ldots, g_{u_i}, \ldots, g_{u_m}$. Współczynnik b jest stałą liczbą dodatnią, wykładniki $a_1, a_2, \ldots, a_i, \ldots, a_m$ są liczbami stałymi, dodatnimi lub ujemnymi.

Łatwo udowodnić, iż wielkość u jest również zmienną losową o rozkładzie logarytmonormalnym, o medianie

$$u_0 = b u_{10}^{a_1} u_{20}^{a_2} \ldots u_{i0}^{a_i} \ldots u_{m0}^{a_m} \tag{8}$$

oraz o względnym normalnym odchyleniu g_u wynikającym z zależności

$$\lg g_u = \sqrt{a_1^2 \lg^2 g_{u_1} + a_2^2 \lg^2 g_{u_2} + \ldots + a_i^2 \lg^2 g_{u_i} + \ldots + a_m^2 \lg^2 g_{u_m}}, \tag{9}$$

jeżeli oprzemy się dla wygody obliczeń na logarytmach dziesiętnych, które oznaczamy przez lg.

Wystarczy bowiem zlogarytmować wyrażenie (7), by przechodząc do logarytmów naturalnych znaleźć wyrażenie

$$x = a + a_1 x_1 + a_2 x_2 + \ldots + a_i x_i + \ldots + a_m x_m, \tag{10}$$

gdzie $a = \log b$, oraz ogólnie x_i równe $\log u_i$ jest pomocniczą zmienną losową o rozkładzie normalnym, o średniej wartości $x_{i0} = \log u_{i0}$ oraz o odchyleniu normalnym f_{x_i}, odpowiadającym prawdopodobieństwu normalnemu $p = 0{,}98$, przy czym $f_{x_i} = \log g_{x_i}$.

Wiemy, iż wielkość x jest również zmienną losową o rozkładzie normalnym i o średniej wartości

$$x_0 = a + a_1 x_{10} + a_2 x_{20} + \ldots + a_i x_{i0} + \ldots + a_m x_{m0} \tag{11}$$

oraz o normalnym odchyleniu

$$f_x = \sqrt{a_1^2 f_{x_1}^2 + a_2^2 f_{x_2}^2 + \ldots + a_i^2 f_{x_i}^2 + \ldots + a_m^2 f_{x_m}^2}. \tag{12}$$

Podstawiając i przekształcając odnajdziemy zależności (8) i (9).

Jeżeli odchylenia f_{xp_i} i odpowiadające im odchylenia względne g_{up_i} obliczono na podstawie różnych prawdopodobieństw p_i, najdogodniej jest przejść do odpowiadających im przesunięć $\varkappa_{p_i} = f_{xp_i}/s_{x_i}$. Wówczas wzór (12) przyjmie postać ogólniejszą

$$f_x = \varkappa \sqrt{\frac{a_1^2}{\varkappa_{p_1}^2} f_{xp_1}^2 + \frac{a_2^2}{\varkappa_{p_2}^2} f_{xp_2}^2 + \ldots + \frac{a_i^2}{\varkappa_{p_i}^2} f_{xp_i}^2 + \ldots + \frac{a_m^2}{\varkappa_{p_m}^2} f_{xp_m}^2}, \tag{13}$$

od której przejść możemy do ogólnej zależności

$$\lg g_u = \varkappa \sqrt{\frac{a_1^2}{\varkappa_{p_1}^2} \lg^2 g_{up_1} + \frac{a_2^2}{\varkappa_{p_2}^2} \lg^2 g_{up_2} + \ldots + \frac{a_i^2}{\varkappa_{p_i}^2} \lg^2 g_{up_i} + \ldots + \frac{a_m^2}{\varkappa_{p_m}^2} \lg^2 g_{up_m}}. \tag{14}$$

W zależności tej $\varkappa$ jest przesunięciem normalnym, odpowiadającym prawdopodobieństwu normalnemu $p = 0,98$. Mamy więc $\varkappa = 2,057 \approx 2$. Dogodne jest, by odchylenia względne wszystkich wchodzących do obliczeń niezależnych zmiennych losowych były normalne, gdyż wówczas możemy stosować wzór (9), zamiast bardziej złożonego wzoru (14). Jeżeli odchylenie którejś zmiennej u_i odpowiada prawdopodobieństwu p_i i przesunięciu $\varkappa_{p_i}$, innym niż normalne, możemy je sprowadzić do normalnego odchylenia względnego g_{u_i} pisząc

$$g_{u_i} = g_{up_i}^{\varkappa/\varkappa_{p_i}} \quad \text{lub} \quad \lg g_{u_i} = \frac{\varkappa}{\varkappa_{p_i}} \lg g_{up_i}.$$

Przeciwnie, jeżeli obliczywszy według zależności (9) normalne odchylenie względne g_u zmiennej u chcemy określić jej względne odchylenie g_{up} odpowiadające prawdopodobieństwu p i przesunięciu $\varkappa_p$, innemu niż normalne, możemy napisać

$$g_{u_p} = g_u^{\lambda_p} \quad \text{lub} \quad \lg g_{up} = \lambda_p \lg g_u, \tag{15}$$

gdzie

$$\lambda_p = \frac{\varkappa_p}{\varkappa} = \frac{\varkappa_p}{2,057} \approx 0,486\, \varkappa_p.$$

5. Wróćmy do zależności (1) i załóżmy, iż wzajemnie niezależne zmienne losowe Q, F i P mają rozkłady logarytmonormalne o znanych medianach Q_0, F_0 i P_0 oraz o znanych normalnych odchyleniach względnych g_Q, g_F i g_P.

Możemy wyznaczyć medianę współczynnika bezpieczeństwa

$$n_0 = \frac{Q_0 F_0}{P_0} \tag{16}$$

i zgodnie z (9) obliczyć normalne odchylenie względne g_n. Jednak prawdopodobieństwo $p=0{,}98$, iż współczynnik bezpieczeństwa nie przekroczy w dół swej technicznie koniecznej dolnej granicy $n'=1$, jest niewystarczające, gdyż dawałoby przeciętnie jedno jej przekroczenie na 50 przypadków. Musimy zwiększyć to prawdopodobieństwo do wartości p bliższej jedności i uznanej przez nas za wystarczającą, czemu odpowiada przesunięcie bezpieczne $\varkappa_p$ i wykładnik λ_p. Opierając się na zależności (15) możemy obliczyć *bezpieczne odchylenie względne*

$$g_{np} = g_n^{\lambda_p}, \tag{17}$$

albo też wyznaczyć je według zależności wynikającej z (9) i (15),

$$\lg g_{np} = \lambda_p \sqrt{\lg^2 g_Q + \lg^2 g_F + \lg^2 g_P}\,. \tag{18}$$

Przy wyznaczaniu wartości p, $\varkappa_p$ i λ_p napotykamy jednak bardzo poważną trudność. Polega ona na tym, iż rozkład logarytmonormalny lub inny obrany przez nas odpowiedni rozkład zmiennych losowych może dość dobrze odtwarzać rozkłady rzeczywiste w obszarach niezbyt odległych od mediany, na przykład ograniczonych normalnymi wartościami dolnymi i górnymi, jednak w obszarach dalekich od mediany rozbieżności między teoretycznym rozkładem i rozkładami rzeczywistymi są zawsze duże. Wskutek tego prawdopodobieństwo q równe $1-p$, będące miarą niebezpieczeństwa, może się bardzo różnić od rzeczywistego. Na razie nie rozporządzamy dostatecznymi materiałami statystycznymi, by móc na tej podstawie opracować sposoby ścisłego wyznaczania prawdopodobieństwa q. Można nawet przypuszczać, iż zupełnej ścisłości osiągnąć się w tym nie da, zważywszy, że chodzi tu najczęściej o wielkości znacznie niższe od 0,001. Nic jednak nie stoi na przeszkodzie, by już dziś zbudować racjonalny *układ klas bezpieczeństwa* oparty na prawidłowo ujętym ciągu malejących wartości q. Proponujemy rozpocząć go od normalnego prawdopodobieństwa $q=0{,}02$ i tę wyjściową klasę oznaczyć liczbą 0, gdyż ta wartość jest jeszcze zbyt duża, by mogła być przyjęta w obliczeniach praktycznych.

Nasuwa się podział klas bezpieczeństwa na *grupy* według *ważności* zaliczanych do nich konstrukcji, przy czym celowe wydaje się tu dość grube stopniowanie wartości q, na przykład w drodze dziesięciokrotnego zmniejszenia. Ponadto proponujemy podział każdej grupy na drobniej stopniowane *podgrupy*, do których można byłoby zaliczać poszczególne konstrukcje zależnie od *trudności* ich *naprawy* w razie uszkodzenia [4]). Ponieważ za wystarczające uznać można trzy podgrupy odpowiadające łatwej, dość trudnej i bardzo trudnej naprawie, dochodzimy do wniosku, iż najlepiej jest przyjąć dla q malejący ciąg B_a (0,02;0,01;...)[5]), którego zaokrąglenia możemy przyjąć swobodnie. Zamiast wartości dokładniejszych

$$0{,}01 \quad 0{,}00465 \quad 0{,}00215 \quad 0{,}001 \quad \ldots$$

przyjmiemy powszechnie stosowany ciąg

$$0{,}01 \quad 0{,}005 \quad 0{,}002 \quad 0{,}001 \quad \ldots$$

Odpowiadające tym wartościom klasy bezpieczeństwa oznaczymy kolejnymi liczbami 1,2,3,... Przyjmując trzy grupy ważności I, II i III, oraz dzieląc każdą z nich na trzy podgrupy trudności naprawy A, B i C, uzyskujemy 9 klas bezpieczeństwa, jeżeli pominąć wyjściową klasę 0. Całość ich możemy ująć w klucz podany w tablicy 1. Całość układu klas przedstawia tablica 2. Obejmuje ona wartości p, $q=1-p$ oraz $r=1/q$, określające, na jaką liczbę r konstrukcji przypada przeciętnie jedna katastrofa, jak zwykle nazywamy przekroczenie warunku (2). Ten układ klas, który proponujemy, jest zupełnie niezależny od przyjętych tu

Tablica 1

Podgrupa	A	B	C
Grupa	Klasy bezpieczeństwa		
I	1	2	3
II	4	5	6
III	7	8	9

[4]) Zbliżony podział na grupy został zaproponowany przez zespół wykładowców Leningradzkiego Instytutu Przemysłowego w 1938 r. przy zgrubnym wyznaczaniu współczynników bezpieczeństwa stosowanych w budowie dźwignic (por. [8]).

[5]) Jest to oznaczenie postępu geometrycznego o ilorazie $1/\sqrt[3]{10} \approx 0{,}465$ (por. PN/N-02100).

rozkładów logarytmonormalnych; może być bowiem stosowany przy dowolnych rozkładach zmiennych losowych wchodzących do obliczeń wytrzymałości konstrukcji. Dopiero dwa końcowe wiersze tablicy 1, podające wartości przesunięć $\varkappa_p$ i *wykładników klasy* λ_p, związane są z przyjętymi przez nas rozkładami logarytmonormalnymi. Wprowadzając niewielkie zaokrąglenia uzyskujemy dla λ_p ciąg wartości, które poczynając od klasy 3-ej wyrażają się liczbami łatwymi do zapamiętania.

Tablica 2

Układ klas bezpieczeństwa.

Numer klasy bezpieczeństwa	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
p	0,98	0,99	0,995	0,998	0,999	0,9995	0,9998	0,9999	0,99995	0,99998
$q=1-p$	0,02	0,01	0,005	0,002	0,001	0,0005	0,0002	0,0001	0,00005	0,00002
$r=1/q$	50	100	200	500	1000	2000	5000	10000	20000	50000
$\varkappa_p$	2,057	2,33	2,56	2,88	3,09	3,28	3,53	3,69	3,88	4,10
$\lambda_p \approx$ $\approx 0,486\varkappa_p$	1,0	1,13	1,25	1,4	1,5	1,6	1,7	1,8	1,9	2,0

Celowość przyjęcia układu klas bezpieczeństwa, mimo iż nie możemy go określić dostatecznie ściśle, polega na tym, iż daje nam ono podstawę klasyfikacji wszelkich konstrukcji według znormalizowanych klas i umożliwia wzajemne porównywanie bezpieczeństwa konstrukcji zbliżonych, zarówno już dawniej wykonanych, jak i projektowanych. Przyjęty przez nas sposób obliczania bezpieczeństwa konstrukcji opiera się na teoretycznym rozkładzie zmiennej losowej n, o którym wiemy, iż zawodzi tym bardziej, im bardziej oddalamy się od klasy 0 i przechodzimy do klas wyższych. Toteż zaliczając konstrukcję do jednej z klas wiemy, iż odpowiadająca jej wartość β nie odtwarza *rzeczywistego prawdopodobieństwa* p_r niezajścia katastrofy, lecz jego *prawdopodobieństwo umowne*. W miarę doskonalenia sposobów obliczeń różnica między tymi dwiema wielkościami p_r i p będzie malała.

Zaznaczmy, iż umożliwienie ścisłego obliczania rzeczywistego bezpieczeństwa konstrukcji jest podstawowym warunkiem dla właściwego rozwiązania zagadnienia współczynników bezpieczeństwa na podstawach gospodarczych, mających tu rozstrzygające znaczenie. Sprawy te pozostawiamy tu jednak na uboczu.

Wracając jeszcze do grup klas bezpieczeństwa podajmy orientacyjne wytyczne, jakimi można kierować się przy ich wyborze.

Grupy ważności objęłyby elementy konstrukcji, których uszkodzenie

I — nie powoduje zatrzymania pracy maszyny lub ograniczenia użytkowej przydatności konstrukcji ani nie zagraża bezpieczeństwu obsługi lub użytkujących;

II — powoduje zatrzymanie pracy maszyny lub ograniczenie użytkowej przydatności konstrukcji, lecz nie grozi uszkodzeniem innych części czy też całości maszyny lub konstrukcji ani bezpieczeństwu obsługi lub użytkujących;

III — grozi uszkodzeniem innych części czy też całości maszyny lub konstrukcji, albo też zagraża bezpieczeństwu życia obsługi.

Podgrupy objęłyby przedmioty, których naprawa

A — jest łatwa i nie pociąga za sobą większych kosztów ani dłuższego przestoju maszyny lub ograniczenia użytkowej zdolności konstrukcji, (na przykład w przypadku, gdy chodzi o znormalizowane rynkowe części zamienne);

B — jest niezbyt trudna i nie pociąga za sobą zbyt dużych kosztów ani zbyt długiego przestoju maszyny lub ograniczenia użytkowej zdolności konstrukcji;

C — jest trudna i kłopotliwa oraz pociąga za sobą duże koszty lub długie przestoje maszyny, lub ograniczenie użytkowej zdolności konstrukcji, co z kolei wydatnie powiększa straty spowodowane samym uszkodzeniem rozpatrywanej części konstrukcji.

Widzimy stąd, iż poszczególne elementy konstrukcji możemy zaliczać do różnych podgrup, a nawet do różnych grup, zapewniając tym sposobem istotne *wyrównanie współczynników bezpieczeństwa* całości konstrukcji i osiągając tym samym jej racjonalne, oszczędne rozwiązanie.

6. Wróćmy raz jeszcze do przerwanego wątku oraz do zależności (3) i (16), i podzielmy je przez siebie podstawiając $n_0=g_{np}$; wiemy bowiem, iż $g_{np}=n_0/n'_p$, a dolna bezpieczna wartość n'_p współczynnika bezpieczeństwa z samego założenia równa jest jedności.

Znajdziemy

$$n_n = \frac{\frac{Q_n}{Q_0} \cdot \frac{F_n}{F_0}}{\frac{P_n}{P_0}} g_{np} \tag{19}$$

jako ogólne wyrażenie nominalnej wartości współczynników bezpieczeństwa. Widzimy, iż zależy ona nie tylko od rozrzutów wszystkich wchodzących w grę zmiennych losowych i przyjętej klasy bezpieczeństwa (co wpływa na bezpieczne odchylenie względne g_{np}), lecz również od tego, co rozumiemy przez nominalne wartości Q_n, F_n i P_n. Najczęściej przyjmuje się $Q_n = Q'$, $F_n = F_0$ i $P_n = P''$, i wówczas

$$n_n = \frac{g_{np}}{g_Q g_P}. \tag{20}$$

Jeżeli jednak przyjmuje się ostrożniej $F_n = F'$, resztę zaś wielkości jak wyżej, znajdziemy

$$n_n = \frac{g_{np}}{g_Q g_F g_P}. \tag{21}$$

Jeżeli wreszcie przyjmiemy $Q_n = Q'$, $F_n = F_0$ i $P_n = P_0$ lub $Q_n = Q_0$, $F_n = F_0$ i $P_n = P_0$, wówczas będzie

$$n_n = \frac{g_{np}}{g_Q} \tag{22}$$

lub

$$n_n = g_{np}. \tag{23}$$

W obliczeniach wytrzymałości konstrukcji bardzo często wprowadza się *współczynnik przeciążenia* K, przy czym wzór (3) przyjmuje postać

$$n_n = \frac{Q_n F_n}{P_n K_n}. \tag{24}$$

Również ten współczynnik może być niezależną zmienną losową; możemy jej przypisać rozkład logarytmonormalny o medianie K_0 i normalnym odchyleniu względnym g_K. W przypadkach szczególnych współczynnik ten może być niezmienny, czemu odpowiadałoby $g_K=1$, lub nawet przeciążenia mogą nie zachodzić, wobec czego byłoby $K_0=1$. W ogólnym przypadku mamy $K_0>1$ oraz $g_K>1$ i wielkości te wchodzą do wzorów od (16) do (19), które przyjmą postać

$$n_0=\frac{Q_0F_0}{P_0K_0}, \tag{25}$$

$$\lg g_{np}=\lambda_K\sqrt{\lg^2 g_Q+\lg^2 g_F+\lg^2 g_P+\lg^2 g_K} \tag{26}$$

oraz

$$n_n=\frac{\dfrac{Q_n}{Q_0}\cdot\dfrac{F_n}{F_0}}{\dfrac{P_n}{P_0}\cdot\dfrac{K_n}{K_0}}g_{np}. \tag{27}$$

Zdarza się, iż współczynnika przeciążenia nie wprowadzamy do elementarnego warunku (24) wytrzymałości konstrukcji, co jest równoważne z przyjęciem $K_n=1$, mimo iż liczymy się z przeciążeniami, ujętymi przez współczynnik K — niezależną zmienną losową o rozkładzie logarytmonormalnym, o medianie K_0 i o normalnym odchyleniu względnym g_K. Wówczas wzory (26) i (27) pozostaną ważne i do wszystkich zależności od (20) do (23) wejdzie obok g_{nK} nowy czynnik K_0.

W przypadku najogólniejszym zależność (3) może przyjąć postać

$$n_n=bu_{1n}^{a_1}u_{2n}^{a_2}\dots u_{in}^{a_i}\dots u_{mn}^{a_m}. \tag{28}$$

Wówczas byłoby

$$n_n=\left(\frac{u_{1n}}{u_{10}}\right)^{a_1}\left(\frac{u_{2n}}{u_{20}}\right)^{a_2}\dots\left(\frac{u_{in}}{u_{i0}}\right)^{a_i}\dots\left(\frac{u_{mn}}{u_{m0}}\right)^{a_m}g_{np}, \tag{29}$$

przy czym

$$\lg g_{np}=\lambda_p\sqrt{a_1^2\lg^2 g_{u_1}+a_2^2\lg^2 g_{u_2}+\dots+a_i^2\lg^2 g_{u_i}+\dots+a_m^2\lg^2 g_{u_m}}. \tag{30}$$

Mimo różnych wartości (20), (21), (22), (23) i (27) współczynnika n_n istotne bezpieczeństwo konstrukcji pozostaje bez zmiany, jeżeli bezpieczne odchylenie względne g_{np} zachowuje niezmienioną wartość.

Jest więc rzeczą ze wszech miar wskazaną znormalizować sposób ujmowania wartości nominalnych wszystkich wielkości wchodzących do elementarnego warunku wytrzymałości konstrukcji, który oprócz postaci (3) przyjmować może inne postacie zależnie od tego, której z wchodzących doń wielkości poszukujemy, a więc na przykład

$$F_n = \frac{P_n K_n n_n}{Q_n} \tag{31}$$

lub

$$P_n = \frac{Q_n F_n}{K_n n_n}, \tag{32}$$

jeżeli uwzględnimy w zależnościach tych współczynniki przeciążenia. Proponujemy, żeby we wzorach (24), (31) i (32) zawsze uwzględniać współczynnik przeciążenia i za wartości nominalne wszystkich wchodzących do nich niezależnych zmiennych losowych przyjmować ich mediany. W tym przypadku zawsze byłby ważny wzór (23). Propozycja ta odbiega więc od dotychczasowych zwyczajów, według których najczęściej przyjmuje się $Q_n = Q'$, $P_n = P''$ i $K_n = K''$ oraz $F_n = F_0$; w tym przypadku mielibyśmy

$$n_n = \frac{g_{np}}{g_Q g_F g_P}. \tag{33}$$

Nasza propozycja ma tę korzystną stronę, iż liczbowa wartość n_n nie zależy od tego, jakie prawdopodobieństwo przyjęliśmy za normalne i na tej podstawie określiliśmy dolną wartość Q' oraz różne wartości P'' i K'', lecz tylko od przyjętej klasy bezpieczeństwa i odpowiadającej jej wartości p prawdopodobieństwa spełnienia warunku (2).

7. Rozważmy na zakończenie prosty przykład obliczenia wartości współczynnika bezpieczeństwa pręta o średnicy d cm, wykonanego z surowej walcowanej stali konstrukcyjnej o granicy plastyczności Q kG/cm², wzdłużnie rozciąganego siłą stałą P kG, mogącą ulegać K-krotnemu przeciążeniu, przyjmując określoną klasę bezpieczeństwa.

Ujmijmy wszystkie wielkości wchodzące do obliczeń jako wzajemnie niezależne zmienne losowe i załóżmy, iż wszystkie one mają rozkłady logarytmonormalne i że znamy ich normalne wartości dolne i górne: $Q' = 2180$ kG/cm² i $Q'' = 3250$ kG/cm²,

$d'=0{,}95$ cm i $d''=1{,}05$ cm, $K'=1$ i $K''=1{,}3$. Wartości obciążenia P nie znamy, wiemy jednak, iż jego normalne odchylenie względne g_p wynosi 1,25. Klasę bezpieczeństwa obierzemy czwartą, skąd $\lambda_p=1{,}5$. Znajdujemy

$$Q_0=\sqrt{Q'Q''}=\sqrt{2180\cdot 3250}\approx 2660 \text{ kG/cm}^2,$$

$$g_Q=\sqrt{\frac{Q''}{Q'}}=\sqrt{\frac{3250}{2180}}\approx 1{,}22,$$

$$d_0=\sqrt{d'd''}=\sqrt{0{,}95\cdot 1{,}05}\approx 1{,}0 \text{ cm},$$

$$g_d=\sqrt{\frac{d''}{d'}}=\sqrt{\frac{1{,}05}{0{,}95}}\approx 1{,}05$$

oraz

$$K_0=\sqrt{K'K''}=\sqrt{1\cdot 1{,}3}\approx 1{,}14,$$

$$g_K=\sqrt{\frac{K''}{K'}}=\sqrt{\frac{1{,}3}{1}}\approx 1{,}14.$$

Ponieważ pręt jest walcowany, może wykazać owalność. Pole F przekroju pręta przyjmiemy więc równe $\frac{\pi}{4}dd$ cm² i każdą z wartości d ujmiemy jako niezależną zmienną losową.

Warunek elementarny przyjmie postać

$$n_\mathrm{n}=\frac{\pi d_\mathrm{n} d_\mathrm{n} Q_\mathrm{n}}{4P_\mathrm{n}} \quad \text{lub} \quad n_\mathrm{n}=\frac{\pi d_\mathrm{n} d_\mathrm{n} Q_\mathrm{n}}{4P_\mathrm{n} K_\mathrm{n}} \tag{34}$$

zależnie od tego, czy nie obejmuje współczynnika przeciążenia K, czy też go obejmuje. Zgodnie z (9) i (15) możemy napisać

$$\lg g_{\mathrm{n}p}=\lambda_p\sqrt{2\lg^2 g_d+\lg^2 g_Q+\lg^2 g_P+\lg^2 g_K}=$$

$$=1{,}5\sqrt{2\lg^2 1{,}05+\lg^2 1{,}22+\lg^2 1{,}25+\lg^2 1{,}14}=$$

$$=1{,}5\sqrt{2\cdot 0{,}02119^2+0{,}08636^2+0{,}09691^2+0{,}05690^2}=$$

$$=0{,}2148,$$

skąd $g_{\mathrm{n}p}=1{,}64$.

Jeżeli obliczenie opieramy na pierwszym wzorze (34), a więc jeżeli $K_n=1$, wszystkie zaś pozostałe wartości nominalne przyjmujemy równe medianom, znajdujemy zgodnie z (27)

$$n_a=K_0 g_{np}=1{,}14\cdot 1{,}64=1{,}87; \tag{a}$$

jeżeli obliczenie oprzemy na drugim wzorze (34) przyjmując $K_n=K_0$, znajdziemy

$$n_b=g_{np}=1{,}64. \tag{b}$$

Gdybyśmy do obliczeń wprowadzili $Q_n=Q'$, znaleźlibyśmy w powyższych dwóch przypadkach

$$n_c=\frac{K_0 g_{nK}}{g_Q}=\frac{1{,}14\cdot 1{,}64}{1{,}22}\approx 1{,}53 \tag{c}$$

i

$$n_d=\frac{g_{nk}}{g_Q}=\frac{1{,}64}{1{,}22}\approx 1{,}35. \tag{d}$$

Przyjmując wreszcie górne wartości obciążenia i współczynnika przeciążenia, to jest przyjmując $Q_n=Q'$, $d_n=d_0$, $P_n=P''$ i $K_n=K''$, znaleźlibyśmy

$$n_e=\frac{g_{nk}}{g_Q g_P g_K}=\frac{1{,}64}{1{,}22\cdot 1{,}25\cdot 1{,}14}=0{,}945. \tag{e}$$

Nominalna wartość współczynnika bezpieczeństwa wypadłaby tu mniejsza od jedności. Wynikło to stąd, iż z wyjątkiem średnicy d, wszystkie pozostałe wielkości przyjęliśmy w ich najniekorzystniejszych krańcowych wartościach.

Mamy więc pięć różnych wartości współczynnika bezpieczeństwa n_n zapewniających w rzeczywistości to samo bezpieczeństwo konstrukcji przy obciążeniu

$$P_0=\frac{\pi d_0^2}{4}\cdot\frac{Q_0}{n_a}=\frac{\pi d_0^2}{4}\cdot\frac{Q_0}{n_b}\cdot\frac{1}{K_0}=\frac{\pi d_0^2}{4}\cdot\frac{Q'}{n_c}=\frac{\pi d_0^2}{4}\cdot\frac{Q'}{n_d}\cdot\frac{1}{K_0}\approx 1120 \text{ kG}$$

lub przy równoważnej z nim górnej wartości obciążenia

$$P''=\frac{\pi d_0^2}{4}\cdot\frac{Q'}{n_e}\cdot\frac{1}{K''}\approx 1390 \text{ kg}.$$

Wskazuje to na konieczność normalizacji sposobów wyznaczania współczynnika bezpieczeństwa, jak o tym była już wyżej mowa.

Prace cytowane

[1] W. Wierzbicki, *Bezpieczeństwo budowli, jako zagadnienie prawdopodobieństwa*, Sprawozdanie z odczytu w Akademii Nauk Technicznych w dniu 14. 11. 1936 r., Przegląd Techniczny, Warszawa 1936, str. 690.

[2] — *La sécurité des constructions comme un problème de probabilité*, Annales de l'Académie Polonaise des Sciences Techniques 7, (1946), str. 63;

[3] — *Rola przypadku w zagadnieniach wytrzymałości materiałów*, Księga Jubileuszowa dla uczczenia zasług naukowych M. T. Hubera, Gdańsk 1950, str. 435.

[4] Н. Стрелецкий, *Основы статистического учета коэфициента запаса прочности сооружений*, Москва 1947.

[5] *Вопросы безопасности и прочности строительных конструкций*. Сборник статей под редакцией А. Р. Ржаницына:

α А. Р. Ржаницын, *К проблеме расчетов сооружений на безопасность*, str. 5.

β Р. А. Муллер, *К вопросу определения коэфициентов однородности и перегрузки по статистическим данным*, str. 88.

γ — *Вероятность достижения предельного состояния конструкции и взаимозависимость коэфициентов однородности и перегрузки*, str. 119.

[6] W. Moszyński, *O rozkładach logarytmonormalnych i możliwościach ich zastosowań technicznych*, Wiadomości PKN 4 (1952), str. 269.

[7] — *Wyznaczanie współczynników bezpieczeństwa w wytrzymałościowych obliczeniach konstrukcji inżynierskich i maszynowych*, Wiadomości PKN 8 (1952), str. 608.

[8] И. Одинг, *Допускаемые напряжения в машиностроении и циклическая прочность металлов*, Москва 1947, str. 173.

(Praca wpłynęła dnia 9. 11. 1952 r.)

В. МОШИНСКИЙ (Варшава)

ОБ ОПРЕДЕЛЕНИИ КОЭФИЦИЕНТА БЕЗОПАСНОСТИ КОНСТРУКЦИИ

РЕЗЮМЕ

1. В настоящей работе рассматриваются конструкции подверженные статистической нагрузке. *Коэфициент безопасности* $n = QF/PK$ любой детали конструкции подвергаемой растяжению, изгибанию или кручению

должен удовлетворять условию $n>1$. В формуле этой Q обозначает предел пластичности материала детали, F — площадь ее опасного сечения или момент сопротивления этого сечения при изгибе W_x или при кручении W_b, P — продольную растягивающую силу или момент изгибающий или крутящий это сечение, K — коэфициент перегрузки. Величины Q, F, P и K считаем взаимно независимыми случайными величинами с *медианами* Q_0, F_0, P_0, K_0 и с *нормальными значениями нижними* Q', F', P', K' и *верхними* Q'', F'', P'', K'', которым соответствует *нормальная вероятность* непревышения их. Предлагаем принять ее равной 0,98.

Действительные распределения случайных величин Q, F, P ассимметричны и приближенны к логарифмическим нормальным, т. е. к распределениям таких случайных величин, которых логарифмы имеют нормальное распределение. Допущение, что распределения этих случайных величин логарифмические нормальные, крайне удобно для вычисления коэфициента безопасности, так как определение распределения величины n становится тогда так-же легким, как определение распределения линейной функции независимых случайных величин с нормальными распределениями. При такой постановке вопроса будет $Q=\sqrt{Q'Q''}$, $F_0=\sqrt{F'F''}$ и $P=\sqrt{P'P''}$. Назовём *нормальными относительными отклонениями* величины $g_k=\sqrt{Q''/Q'}$, $g_F=\sqrt{F''/F'}$ и $g_p=\sqrt{P''/P'}$. Аналогично было бы $K_0=\sqrt{K'K''}$ и $g_k=\sqrt{K''/K'}$, если бы величина K распределялась по логарифмическому нормальному закону, причем может быть $g_k=1$, если этот коэфициент — величина постоянная, и $K_0=1$, если нет перегрузки. В общем случае мономиальной функции $u=bu_1^{a_1}u_2^{a_2}\ldots u_m^{a_m}$ независимых случайных величин $u_1, \ldots, u_m$ с логарифмическими нормальными распределениями величина u тоже случайная с логарифмическим нормальным распределением, с медианой $u_0=bu_{10}^{a_1}u_{20}^{a_2}\ldots u_{m0}^{a_m}$ и с нормальным относительным отклонением g_u данным формулой

$$\lg g_u = \sqrt{a_1^2 \lg^2 g_{u_1} + a_2^2 \lg^2 g_{u_2} + \ldots + a_m^2 \lg^2 g_{u_m}}\ .$$

2. Для конструкции недостаточно принять нормальную вероятность выполнения условия $n>1$. Предлагаем принять *системы классов безопасности*, которым соответствуют значения $q=1-p$ убывающие по закругленному ряду R_3, равные 0,02, 0,01, 0,005, 0,002, ..., 0,00002 и образующие 10 классов обозначенных числами $0, 1, 2, \ldots, 9$. Каждому классу соответствует *относительное безопасное отклонение* $g_{np}=g_n^{\varkappa_p/\varkappa}=g_n^{\lambda_p}$, где $\varkappa=2{,}057\approx 2$ есть нормальный сдвиг, соответствующий вероятности 0,98, а $\varkappa_p$ есть *безопасный сдвиг*, вычисляемый по таблице функции Лапласа для вероятности p данного класса.

Следует однако подчеркнуть, что вероятность p условна и не соответствует действительной вероятности выполнения условия $n>1$, так как теоретические распределения случайных величин не отражают, как следует, действительных распределений в областях отдаленных от центров рассеивания. Во всяком случае введение классов безопасности создает выгодные условия для сравнивания и нормализации безопас ности раз личных конструкций. Выбор классов безопасности можно сделать более легким деля классы на *группы важности*, охватывающие детали: I — мало важные, II — важные и III — очень важные для безопасности конструкции в целом и ее обслуживания или потребления, и на *подгруппы трудности ремонта*, охватывающие детали: А — легкие, В — трудные, С — очень трудные для починки. Отдельные детали конструкции можно причислить к разным группам и подгруппам, получая таким образом, существенное *выравнение коэфициентов безопасности*. На таблице I приведем способ деления классов безопасности, а на таблице 2 — их система в целом.

3. В расчетах сопротивления конструкции принимаются номинальные значения выступающих в них величин, откуда формула (1) $n_n = Q_n F_n / P_n K_n$ определяющая номинальные значение n_n коэфициента безопасности. Его медиану n_0 определяет формула (2) $n_0 = Q_0 F_0 / P_0 K_0$ причем $n_0 = g_{np}$, так как $g_{np} = n_0 / n_{np}$, где нижнее безопасное значение коэфициента безопасности $n_{np} = 1$ в силу условия $n > 1$. Деля обе части формул (1) и (2) получаем для n_n общую формулу

$$n_n = \frac{\frac{Q_n}{Q_0} \cdot \frac{F_n}{F_0}}{\frac{P_n}{P_0} \cdot \frac{K_n}{K_0}} g_{np}$$

причем g_{np} получается по формуле

$$\lg g_{np} = \lambda_K \sqrt{\lg^2 g_Q + \lg^2 g_F + \lg^2 g_P + \lg^2 g_K}.$$

Отсюда следует, что n_n может принимать самые различные значения, не смотря на постоянную истинную безопасность конструкции (т. е. не смотря на постоянное значение g_{np}), в зависимости от того, что подразумеваем под номинальными значениями Q, F, P и K.

Предлагаем нормализировать способы вычисления n_n, полагая все номинальные значения равными медианам случайных величин. Тогда всегда будет $n_n = g_{np}$.

В заключение приводим простой численный пример расчета с целью показать, что номинальный коэфициент безопасности n_n, в зависимости от того, что подразумеваем под номинальными значениями Q, F, P и K, может принимать значения от 1,87 до 0,945, не смотря на то, что грузоспособность детали конструкции и ее существенная безопасность остаются без изменения.

W. MOSZYŃSKI (Warszawa)

ON DETERMINING CONSTRUCTION SAFETY FACTORS

SUMMARY

1. We shall consider constructions subjected to static loading. The *safety factor* $n = QF/PK$ of any construction element subjected to stretching, bending or torsion should fulfill the condition $n > 1$. In the above expression Q

is the yield point of the material of which the element has been made, F — the area of its dangerous cross section or its strength index by bending W_x or by torsion W_b. P is the axially stretching force, or the bending or torsion moment M of that cross section, K is the overloading factor. The quantities Q, F, P and K are treated as mutually independent random variables with known *medians* Q_0, F_0, P_0, K_0, and *normal low values* Q', F', P', K', and *upper values* Q'', F'', P'', K'', with the corresponding *normal probability*. for each of those values, of not being exceeded. Les us take 0,98 as its value,

The actual distributions of the random variables Q, F, P are asymmetrical and approximately logarithmico-normal, *i. e.* such that the logarithms of the random variables have normal distributions. In calculating safety factors it is particularly profitable to assume logarithmico-normal distributions of the random variables, since it is then just as easy to determine the distribution n as it is to determine the distribution of the linear function of independent random variables having normal distributions. Treating the matter accordingly we shall have $Q_0=\sqrt{Q'Q''}$, $F_0=\sqrt{F'F''}$ and $P_0=\sqrt{P'P''}$. Let the expressions $g_Q=\sqrt{Q''/Q'}$, $g_F=\sqrt{F''/F'}$ and $g_P=\sqrt{P''/P'}$ be called *normal relative deviations*. Similarly we shall have $K_0=\sqrt{K'K''}$ and $g_k=\sqrt{K''/K'}$ if we ascribe to the variable K also a logarithmico-normal distribution; we may have $g_k=1$ if this factor is constant, and $K_0=1$ if no overloading takes place. In the general case of a monomical function $u=bu_1^{a_1}u_2^{a_2}\dots u_m^{a_m}$ of independent random variables $u_1,\dots,u_m$, having logarithmico-normal distributions, the quantity u is also a random variable having a logarithmico-normal distribution with the median $u_0=bu_{10}^{a_1}u_{20}^{a_2}\dots u_{m0}^{a_m}$ and a normal relative deviation g_u, determined by the relation $\lg g_u=\sqrt{a_1^2\lg^2 g_{u_1}+a_2^2\lg^2 g_{u_2}+\dots+a_m^2\lg^2 g_{u_m}}$.

2. The assumption of a normal probability of the condition $n>1$ being fulfilled would not be sufficient for a construction. We suggest the adoption of a *system of safety classes* with the corresponding values $q=1-p$ diminishing according to a rounded sequence R_3, equal to 0,02, 0,01, 0,005, 0,002, ..., 0,00002, forming 10 classes designated with the numbers 0,1,2,...,9. To each class corresponds a definite *relative safe deviation* $g_{np}=g_n^{\varkappa_p/\varkappa}=g_n^{\lambda_p}$, where $\varkappa=2{,}057\approx 2$ is a *normal deviate corresponding* to the probability 0,98, and $\varkappa_p$ is a *safe deviate* calculated from the tables of Laplace's function for the probability p of a given class. However, it must be emphasized that the probability p is arbitrary and does not correspond to the real probability of the condition $n>1$ being fulfilled, because the theoretical distributions of the random variables do not duly reproduce the real distributions in the places far from the centres of dispersion. In any case, however, the adoption of the safety classes creates a convenient basis for comparison and for the standardization of the safety of various constructions. The selection of *safety classes* can be facilitated if we divide those classes into importance groups, comprising the following elements: I — not every important, II — important, III — very important for the safety of the whole construction and its service staff or users, and into *subgroups of difficulty of repair*, comprising the elements: A — easy, B — difficult and C — very difficult to repair. We can assign individual

construction elements to various groups and subgroups, obtaining in this way the real *balance of safety factors*. Table I gives the key to the partition of safety classes and table 2 presents their whole system.

3. In calculating construction strength we adopt nominal values of the quantities entering into the calculation; hence the relation (1) $n_n = Q_n F_n / P_n K_n$, determining the nominal value n_n of the safety factor. Its median n_0 is determined by the formula (2) $n_0 = Q_0 F_0 / P_0 K_0$; $n_0 = g_{np}$ since $g_{np} = n_0 / n_{np}$, where the low safe value of the safety factor $n'_{np} = 1$, which follows from the assumption. From the relations (1) and (2) we obtain by division a general expression for n_n,

$$n_n = \frac{\frac{Q_n}{Q_0} \cdot \frac{F_n}{F_0}}{\frac{P_n}{P_0} \cdot \frac{K_n}{K_0}} g_{np}$$

g_{np} resulting from the relation

$$\lg g_{np} = \lambda_K \sqrt{\lg^2 g_Q + \lg^2 g_F + \lg^2 g_P + \lg^2 g_K}\,.$$

As we see, n_n can assume various values, in spite of the assumption of the same real construction safety (*i.e.* in spite of the unchangeable value g_{np}), according to what we mean by the nominal values Q, F, P and K.

We suggest that the methods of calculating n should be standardised and all nominal values assumed to be equal to the medians of random variables. Then we shall always obtain $n_n = g_{np}$.

Finally, we present a simple numerical example of a calculation in order to show that the nominal safety factor n_n, according to what we mean by the nominal values Q, F, P and K, may assume values from 1,87 to 0,945 although the loading capacity of the construction element and its real safety remain unchanged.