

J. ODERFELD (Warszawa)

NOMOGRAM WYTRZYMAŁOŚCI DREWNA SOSNOWEGO

1. Wstęp. J. Czechowicz¹⁾ przeprowadził obszerne badanie drewna sosny polskiej, którego celem było uzyskanie zależności między wytrzymałością a ciężarem objętościowym. Wyniki streszczają się we wzorze

$$(1) \quad R_{15} = 859\gamma_{15} - 42,$$

gdzie γ_{15} oznacza ciężar objętościowy drewna o wilgotności 15% wyrażony w g/cm³ a R_{15} wytrzymałość na ściskanie wzdłuż włókien drewna sosnowego o wilgotności 15% wyrażoną w atmosferach.

Już dawniej znane były zależności

$$(2) \quad R_w = \frac{R_{15}}{0,25 + 0,05w},$$

$$(3) \quad \gamma_w = \frac{\gamma_{15}}{1,075 - 0,005w},$$

gdzie w oznacza wilgotność drewna wyrażoną w procentach, γ_w — ciężar objętościowy drewna o wilgotności w wyrażony w g/cm³, R_w — wytrzymałość na ściskanie wzdłuż włókien drewna sosnowego o wilgotności w wyrażoną w atmosferach. Wilgotność 15% uważa się za normalną.

W praktyce używa się tych wzorów w wiele sposobów, które będą wskazane w przykładach. Najważniejsze wydają się: wyznaczanie wytrzymałości według ciężaru objętościowego i wilgotności oraz redukcja wyników do stanu normalnego. Idzie o to, że pomiar

¹⁾ J. Czechowicz, *Zależność wytrzymałości drewna sosny na ściskanie wzdłuż włókien od ciężaru objętościowego*, Prace Instytutu Techniki Budowlanej (w druku).

bezpośredni wytrzymałości trzeba przeprowadzać na ciężkich i kosztownych maszynach, do wyznaczania zaś ciężaru objętościowego i wilgotności wystarczy sprzęt przenośny.

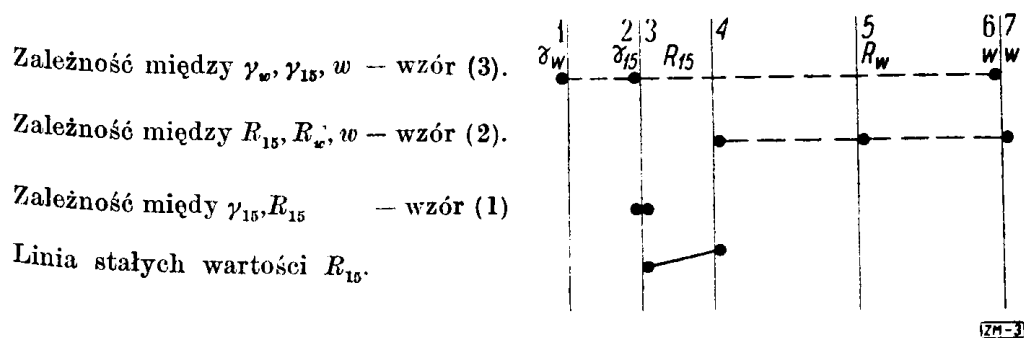
Wzory (1), (2) i (3) są zupełnie proste, jednakże w warunkach polowych, a być może i na budowie, dogodnie będzie przedstawienie ich w postaci wykresłej.

Podaję rozwiązanie nomograficzne, jak się zdaje dostatecznie proste i dokładne do zamierzonego celu.

2. Opis nomogramu. Nomogram składa się z 7 skal funkcyjnych²⁾ oznaczonych jak następuje:

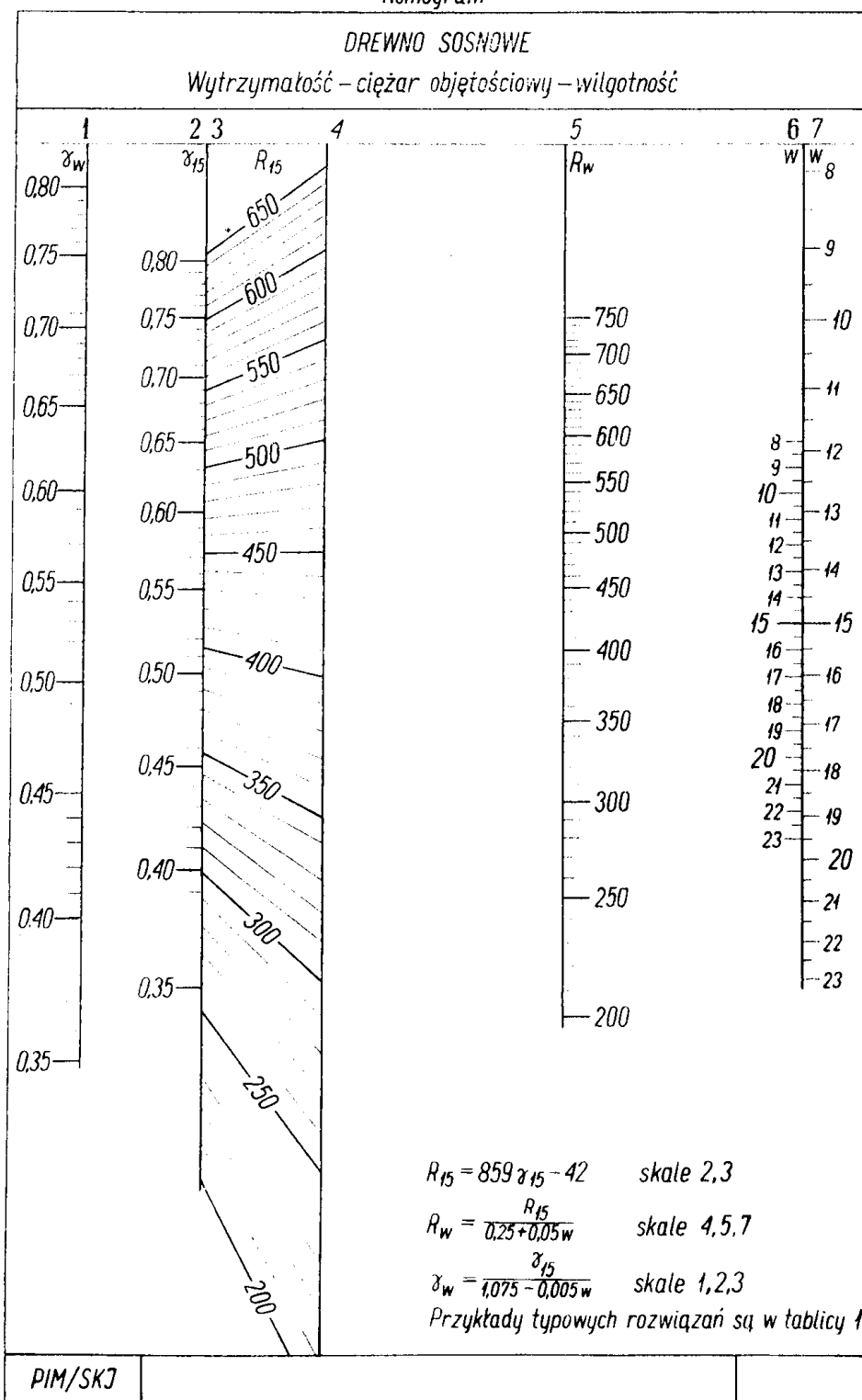
| Nr skali funkcyjnej | Wielkość fizyczna |
|---------------------|-------------------|
| 1 | γ_w |
| 2 | γ_{15} |
| 3, 4 | R_{15} |
| 5 | R_w |
| 6 | w |
| 7 | w |

Numery są wypisane albo po lewej, albo po prawej stronie każdej ze skal. Korzystając z nomogramu wolno prowadzić linie proste tylko między punktami tych skal, które mają numery po tej samej stronie (lewe numery są 1, 2, 6, prawe zaś 4, 5, 7). Wolno również kojarzyć skale 2 i 3, które są połączone w jedną całość, oraz korzystać z ukośnych promieni między skalami 3 i 4. Poniżej podajemy schemat dozwolonych skojarzeń i ich znaczenia.



³⁾ Będziemy mówili krótko *skala*, ilekroć nie będzie to budziło wątpliwości. Używa się również terminu *drabinka*.

Nomogram



| Tablica 1 PRZYKŁADY KORZYSTANIA Z NOMOGRAMU (• wielkość dana ○ wielkość pomocnicza x wynik) | | | | | | | | |
|---|------------|---------------|----------|---|-------|-------|---|---|
| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | |
| | γ_w | γ_{15} | R_{15} | | R_w | w/w | | |
| Nr 1 | | 0,74 | x | | | | | $\gamma_{15} = 0,74$ R_{15} 593 |
| Nr 2 | | 0,575 | | | | 20,6 | | $\gamma_{15} = 0,575$ $R_{20,6}$ 353 |
| Nr 3 | 0,57 | | | | | 11,5 | | $\gamma_{11,5} = 0,57$ R_{15} 456 |
| Nr 4 | 0,712 | | | | | 16,3 | | $\gamma_{16,3} = 0,712$ $R_{16,3}$ 530 |
| Nr 5 | 0,54 | | | | | 9,2 | | $\gamma_{9,2} = 0,54$ R_{11} 544 |
| Nr 6 | 0,702 | | | | | 24,9 | | $\gamma_{24,9} = 0,702$ γ_{15} 0,678 |
| Nr 7 | | | | | | 9,3 | | $\gamma_{9,3} = 0,385$ γ_{18} 0,402 |
| Nr 8 | | | | | | 8,1 | | $R_{8,1} = 503$ R_{15} 329 |
| Nr 9 | | | | | | 15,8 | | $R_{15,8} = 292$ R_{21} 234 |
| PIM/SKJ | | | | | | | | |

W tabelicy 1 podano w postaci kluczy sposób rozwiązania nomograficznego dziewięciu najważniejszych przykładów spotykanych w praktyce. W przykładach tych kropka (•) oznacza wielkość daną, kółko (○) — wielkość pomocniczą, której nie trzeba odczytywać, krzyżyk (×) — wynik. W tabelicy 1 znaki te stoją w każdym przypadku po tej stronie odpowiedniej skali funkcyjnej, po której na nomogramie umieszczono liczby. Zrobiono to ze względów dydaktycznych; oczywiście w zastosowaniach praktycznych zaznacza się punkty na samych skalach nomogramu.

Dla większej jasności podajemy szczegółowy tok postępowania w przykładach 1 i 5. Wybór ten był podyktowany tym, że przykład 1 jest najprostszy, a przykład 5 najbardziej skomplikowany. W innych przypadkach należy postępować kierując się tabelicą 1.

Przykład 1. Wiadomo, że przy wilgotności normalnej $w=15\%$ normalny ciężar objętościowy γ_{15} jest $0,74 \text{ g/cm}^3$. Znaleźć wytrzymałość przy wilgotności 15% czyli R_{15} .

Znajdujemy na skali 2 punkt $\gamma_{15}=0,74$ (oznaczony kropką w tabelicy 1) i zaznaczamy na skali 3 odpowiadający mu punkt (oznaczony kółkiem w tabelicy 1). Prowadzimy ukośny promień w kierunku skali 4 i odczytujemy, że $R_{15}=593 \text{ at}$.

Przykład 5. Wiadomo, że przy wilgotności $w=9,2\%$ ciężar objętościowy $\gamma_{9,2}$ jest $0,54 \text{ g/cm}^3$. Znaleźć wytrzymałość przy wilgotności 11% , czyli R_{11} .

Zaznaczamy na skali 1 punkt $\gamma_w=0,54$, a na skali 6 punkt $w=9,2$, łączymy je linią prostą i znajdujemy punkt przecięcia ze skalą 2, a tym samym ze skalą 3. Stąd przechodzimy po ukośnym promieniu do punktu na skali 4 i łączymy go z punktem $w=11\%$ na skali 7. Ta linia przecina skalę 5 w punkcie, przy którym odczytujemy $R_{11}=544 \text{ at}$.

3. Zasada nomogramu. 3.1. W niniejszym rozdziale przyjmuje się, że czytelnik zna elementy nomografii³⁾.

3.2. Logarytmując obie strony równania (3), otrzymujemy

$$(4) \quad \lg \gamma_{15} = \lg \gamma_w + \lg(1,075 - 0,005w).$$

³⁾ Np. w zakresie podanym w książce: H. Dubbel, *Taschenbuch für den Maschinenbau*, Berlin 1924, t. I, str. 220 - 227.

γ_w jest umieszczone na skali logarytmicznej 1 o module $M_1 = 500$ mm a $1,075 - 0,005 w$ jest umieszczone na skali logarytmicznej 6 o module $M = 2500$ mm. (Reprodukcja w niniejszym artykule jest pomniejszona w stosunku 2:3.)

Wobec stosunku modułów $500:2500 = 1/5$, skalę 2 dla γ_{15} umieszczono w odległości jednej szóstej od skali 1 do 6, bliżej skali 1. Moduł skali 2: $M_2 = 500 \cdot \frac{5}{6} = 416,67$ mm.

Ze względu na żądany zakres i na dobre rozplanowanie nomogramu ulokowano skale tak, by punkty odpowiadające $\gamma_w = 0,53$, $\gamma_{15} = 0,53$ i $w = 15$ były na wspólnej wysokości 150 mm nad bazą (dolna, wewnętrzna, pozioma ramka rysunku). Wobec tego rzędne (liczone w milimetrach nad bazą) wynoszą

$$H_1 = 500 \lg \gamma_w - 500 \lg 0,53 + 150 = 500 \lg \gamma_w + 287,9 \text{ mm},$$

$$\begin{aligned} H_6 &= 2500 \lg(1,075 - 0,005 w) - 2500 \lg(1,075 - 0,005 \cdot 15) + 150 = \\ &= 2500 \lg(1,075 - 0,005 w) + 150 \text{ mm}, \end{aligned}$$

$$H_2 = 416,67 \lg \gamma_{15} - 416,67 \lg 0,53 + 150 = 416,67 \lg \gamma_{15} + 264,9 \text{ mm}.$$

3.3. Logarytmując obie strony równania (2) otrzymujemy

$$(5) \quad \lg R_w = \lg R_{15} - \lg(0,25 + 0,05 w).$$

R_{15} jest umieszczone na skali logarytmicznej 4 o module $M_4 = 500$ mm, a $0,25 + 0,05 w$ jest umieszczone na skali logarytmicznej 7 o module $M_7 = 500$ mm. Wobec tego skala 5 jest umieszczona symetrycznie między skalami 4 i 7 i ma moduł $M_5 = 250$ mm.

Ze względu na żądany zakres R_{15} i na dobre rozplanowanie nomogramu lokujemy skalę tak, by punkt odpowiadający $R_{15} = 530$ był na wysokości 200 mm nad bazą. Wobec tego rzędne skali 4 wynoszą

$$H_4 = 500 \lg R_{15} - 500 \lg 530 + 200 = 500 \lg R_{15} - 1162,1 \text{ mm}.$$

Skalę 7 lokujemy tak, by punkt odpowiadający $w = 15$ był na wysokości 150 mm nad bazą. Wobec tego rzędne skali 7 wynoszą

$$\begin{aligned} H_7 &= -500 \lg(0,25 + 0,05 w) + 500 \lg(0,25 + 0,05 \cdot 15) + 150 = \\ &= -500 \lg(0,25 + 0,05 w) + 150 \text{ mm}. \end{aligned}$$

Ponieważ dla $w=15$ $R_w=R_1$ oraz $H_7(w=15)=150$ mm, a skala 5 jest w połowie odległości między skalami 4 i 7, więc jej rzędne wynoszą

$$H_5 = \frac{1}{2} (500 \lg R_w - 1162,1 + 150) = 250 \lg R_w - 506 \text{ mm.}$$

3.4. Logarytmując obie strony równania (1) otrzymujemy

$$(6) \quad \lg \gamma_{15} = -\lg 859 + \lg(R_{15} + 42).$$

Skalę 2 dla γ_{15} ustaliliśmy już w ustępie 3.2. Można na niej dodatkowo zaznaczyć punkty odpowiadające dowolnym wartościom R_{15} . Tak otrzymamy skalę 3. Zastępując w wyrażeniu na H_2 wielkość $\lg \gamma_{15}$ przez prawą stronę równania (6), otrzymamy wyrażenie na rzędne skali 3:

$$\begin{aligned} H_3 &= 416,67 [-\lg 859 + \lg(R_{15} + 42)] + 264,9 = \\ &= 416,67 \lg(R_{15} + 42) - 957,36 \text{ mm.} \end{aligned}$$

3.5. W ten sposób ustaliliśmy rzędne wszystkich skal i wyznaczyliśmy trzy oddzielne nomogramy, mianowicie 1-2-6, 4-5-7 i 2-3. Wobec treści ustępu 3.4, skale 2 i 3 są ulokowane na jednej osi, co łączy nomogramy 1-2-6 i 2-3 w jedną całość. Do tego kompleksu dołączamy jeszcze nomogram 4-5-7, lokując 6 i 7 na jednej osi i łącząc promieniami identyczne liczby skal 3 i 4. Tak otrzymujemy nomogram w ostatecznej postaci. Posługiwanie się nim opisaliśmy w rozdziale 2.

4. Wykreślanie nomogramu. Nomogram tak zaprojektowano, że można go łatwo narysować w następującej kolejności:

skale 1 i 4 skopiować z suwaka o module 500 mm;

skale 6 i 7 wyznaczyć według H_6 i H_7 ;

skalę 2 zbudować przez przecięcie osi 2 pękiem promieni biegnących od punktu $w=15$ na skali 6 do punktów skali 1;

skalę 5 zbudować przez przecięcie osi 5 pękiem promieni biegnących od punktu $w=15$ na skali 7 do punktów skali 4;

skalę 3 wmontować w skalę 2, korzystając wprost ze wzoru (1).

Oczywiście, dokładniejszy wynik uzyska się, wyliczając współrzędne H_1 - H_7 i odmierzając je od wybranej bazy. Współrzędne te podajemy w tablicach 2a, 2b i 2c. W tablicy 2d podano odległości między skalami.

Tablica 2a
Współrzędne H_1 i H_2 .

| γ_w γ_{15} | H_1 | H_2 | γ_w γ_{15} | H_1 | H_2 |
|-----------------------------|-------|-------|-----------------------------|-------|-------|
| 0,800 | 239,5 | 224,5 | 0,570 | 165,8 | 163,2 |
| 0,790 | 236,7 | 222,2 | 0,560 | 162,0 | 160,0 |
| 0,780 | 233,9 | 219,9 | 0,550 | 158,1 | 156,7 |
| 0,770 | 231,1 | 217,6 | 0,540 | 154,1 | 153,4 |
| 0,760 | 228,3 | 215,2 | 0,530 | 150,0 | 150,0 |
| 0,750 | 225,4 | 212,8 | 0,520 | 145,9 | 146,6 |
| 0,740 | 222,5 | 210,4 | 0,510 | 141,7 | 143,0 |
| 0,730 | 219,6 | 208,0 | 0,500 | 137,4 | 139,5 |
| 0,720 | 216,6 | 205,5 | 0,490 | 133,0 | 135,8 |
| 0,710 | 213,5 | 202,9 | 0,480 | 128,5 | 132,1 |
| 0,700 | 210,5 | 200,4 | 0,470 | 123,9 | 128,3 |
| 0,690 | 207,3 | 197,8 | 0,460 | 119,5 | 124,4 |
| 0,680 | 204,2 | 195,1 | 0,450 | 114,5 | 120,4 |
| 0,670 | 200,9 | 192,4 | 0,440 | 109,6 | 116,3 |
| 0,660 | 197,7 | 189,7 | 0,430 | 104,6 | 112,2 |
| 0,650 | 194,4 | 186,9 | 0,420 | 99,5 | 107,9 |
| 0,640 | 190,9 | 184,1 | 0,410 | 94,3 | 103,6 |
| 0,630 | 187,6 | 181,3 | 0,400 | 88,9 | 99,1 |
| 0,620 | 184,1 | 178,4 | 0,390 | 83,4 | 94,5 |
| 0,610 | 180,6 | 175,5 | 0,380 | 77,0 | 89,8 |
| 0,600 | 177,0 | 172,5 | 0,370 | 72,0 | 84,9 |
| 0,590 | 173,3 | 169,4 | 0,360 | 66,1 | 80,0 |
| 0,580 | 169,6 | 166,3 | 0,350 | 59,9 | 74,9 |

Tablica 2b.
Współrzędne H_3 , H_4 i H_5 .

| R_{15}, R_w | H_3 | H_4 | H_5 | R_{15}, R_w | H_3 | H_4 | H_5 |
|---------------|-------|-------|-------|---------------|-------|-------|-------|
| 750 | | | 212,8 | 650 | 226,0 | 244,4 | 197,2 |
| 740 | | | 211,3 | 640 | 223,4 | 240,9 | 195,5 |
| 730 | | | 209,8 | 630 | 220,7 | 237,6 | 193,8 |
| 720 | | | 208,3 | 620 | 218,0 | 234,1 | 192,1 |
| 710 | | | 206,8 | 610 | 215,3 | 230,6 | 190,3 |
| 700 | 238,6 | | 205,3 | 600 | 212,5 | 227,0 | 188,5 |
| 690 | 236,2 | | 203,7 | 590 | 209,6 | 223,3 | 186,7 |
| 680 | 233,7 | | 202,1 | 580 | 206,7 | 219,6 | 184,9 |
| 670 | 231,2 | | 200,5 | 570 | 203,8 | 215,8 | 183,0 |
| 660 | 228,6 | | 198,9 | 560 | 200,8 | 212,0 | 181,0 |

(c. d. na str. 146)

Tablica 2b (c. d.)

| R_{15}, R_w | H_3 | H_4 | H_5 | R_{15}, R_w | H_3 | H_4 | H_5 |
|---------------|-------|-------|-------|---------------|-------|-------|-------|
| 550 | 197,8 | 208,1 | 179,0 | 370 | 132,2 | 122,0 | 136,0 |
| 540 | 194,7 | 204,1 | 177,1 | 360 | 127,7 | 116,1 | 133,1 |
| 530 | 191,6 | 200,0 | 175,1 | 350 | 123,2 | 109,9 | 130,0 |
| 520 | 188,4 | 195,9 | 173,0 | 340 | 118,5 | 105,6 | 126,9 |
| 510 | 185,1 | 191,7 | 170,9 | 330 | 113,7 | 97,2 | 123,6 |
| 500 | 181,8 | 187,4 | 168,7 | 320 | 108,8 | 90,5 | 120,3 |
| 490 | 178,4 | 183,0 | 166,6 | 310 | 103,7 | 83,6 | 116,8 |
| 480 | 175,0 | 178,5 | 164,3 | 300 | 98,5 | 76,5 | 113,2 |
| 470 | 171,5 | 173,9 | 162,0 | 290 | 93,1 | 69,1 | 109,6 |
| 460 | 167,9 | 169,5 | 159,7 | 280 | 87,6 | 61,5 | 105,8 |
| 450 | 164,3 | 164,5 | 157,3 | 270 | 81,9 | 53,6 | 101,8 |
| 440 | 160,6 | 159,6 | 154,9 | 260 | 76,0 | 45,4 | 97,7 |
| 430 | 156,8 | 154,6 | 152,4 | 250 | 69,9 | 36,9 | 93,5 |
| 420 | 152,9 | 149,5 | 149,8 | 240 | 63,6 | 28,0 | 89,1 |
| 410 | 149,0 | 144,3 | 147,2 | 230 | 57,1 | 18,8 | 84,4 |
| 400 | 144,9 | 138,8 | 144,5 | 220 | 50,3 | 9,1 | 79,6 |
| 390 | 140,8 | 133,4 | 141,8 | 210 | 43,2 | -1,0 | 74,6 |
| 380 | 136,5 | 127,8 | 138,9 | 200 | 35,9 | -11,6 | 69,3 |

Tablica 2c
Współrzędne H_6 i H_7 .

| w | H_6 | H_7 | w | H_6 | H_7 |
|------|-------|-------|------|-------|-------|
| 8,0 | 187,3 | 243,5 | 16,0 | 144,6 | 139,4 |
| 8,5 | 184,7 | 235,4 | 16,5 | 141,8 | 134,3 |
| 9,0 | 182,1 | 227,4 | 17,0 | 139,1 | 129,3 |
| 9,5 | 179,4 | 219,8 | 17,5 | 136,3 | 124,4 |
| 10,0 | 176,8 | 212,5 | 18,0 | 133,6 | 119,6 |
| 10,5 | 174,1 | 205,4 | 18,5 | 130,8 | 115,0 |
| 11,0 | 171,5 | 198,4 | 19,0 | 128,1 | 110,4 |
| 11,5 | 168,8 | 191,8 | 19,5 | 125,3 | 106,0 |
| 12,0 | 166,2 | 185,3 | 20,0 | 122,5 | 101,6 |
| 12,5 | 163,5 | 179,0 | 20,5 | 119,7 | 97,3 |
| 13,0 | 160,8 | 172,9 | 21,0 | 116,9 | 93,0 |
| 13,5 | 158,1 | 166,9 | 21,5 | 114,1 | 88,9 |
| 14,0 | 155,4 | 161,1 | 22,0 | 111,3 | 84,8 |
| 14,5 | 152,7 | 155,5 | 22,5 | 108,5 | 80,8 |
| 15,0 | 150,0 | 150,0 | 23,0 | 105,7 | 76,9 |
| 15,5 | 147,3 | 144,7 | | | |

Tablica 2d
Odległości między skalami.

| Od drabinki | Do drabinki | Odległość w mm | Od drabinki | Do drabinki | Odległość w mm |
|-------------|-------------|----------------|-------------|-------------|----------------|
| 1 | 2 | 25 | 1 | 5 | 100 |
| 1 | 4 | 50 | 1 | 6 | 150 |

5. Dokładność nomogramu. Ułożono po 3 przykłady liczbowe na każdy z 9 typów opisanych w ustępie 2, razem więc 27 przykładów. Po odczytaniu nomogramu porównano wyniki z dokładnymi wynikami, otrzymanymi na maszynie do liczenia wprost ze wzorów od (1) do (3).

Najmniejszy błąd względny Δ (w odniesieniu do wartości prawdziwych) wyniósł 0,02%, największy 0,98%. Średnia obliczona jako

$$\sqrt{\frac{1}{27} \sum_{i=1}^{27} \Delta^2}$$

wyniosła 0,48%. Kontrolny eksperyment przeprowadzony na suwaku o module 25 cm dał wynik 0,4%. Wskazuje to na celowość używania opisanego nomogramu w praktyce, zwłaszcza że daje on znaczną oszczędność czasu w porównaniu z suwakiem.

Instytut Matematyczny Polskiej Akademii Nauk

(Praca wpłynęła 16. 10. 1952 r.)

Я. ОДЕРФЕЛЬД (Варшава)

НОМОГРАМА ПРОЧНОСТИ СОСНОВОЙ ДРЕВЕСИНЫ

РЕЗЮМЕ

Прочность (на сжатие вдоль волокон) древесины, употребляемой в конструкциях, определяется обычно косвенным путем измеряя влажность и удельный вес. Известны для польской сосны эмпирические формулы, связывающие эти величины с прочностью. В настоящей статье дана номограмма, позволяющая быстро вычислить прочность по этим формулам. О точности номограммы положительно свидетельствуют 9 примеров и результат эксперимента.

J. ODERFELD (Warszawa)

THE STRENGTH NOMOGRAM OF PINEWOOD

SUMMARY

In qualifying timber used in construction as regards its compression strength parallel to grain we usually apply an indirect method, starting from easily measurable qualities: namely humidity and density. For the Polish pine the empirical formulas relating those qualities to strength are known.

The subject of the paper is a nomogram which makes it possible to perform quick and sufficiently exact calculations by means of those formulas. The paper contains a description of the nomogram, nine examples of its application, and the result of an experiment which gives positive evidence of the exactness of the nomogram.