

B. RUTKOWSKI (Swoszowice)

TRÓJWSKAŻNIKOWA KLASYFIKACJA DRZEWOSTANÓW SOSNOWYCH METODĄ WROCŁAWSKĄ

1. Wstęp. Potrzeba klasyfikacji drzewostanów dla nauki i praktyki leśnej. Nauka i praktyka leśna posługują się różnymi kryteriami klasyfikacji drzewostanów. Najbardziej podstawowe wiążą się z pochodzeniem i postacią drzewostanów (Chodzicki 1960). Inne mają na celu klasyfikacyjne ujęcie drzewostanów pod względem ich wydajności (bonitacji) i rozwoju.

Tematem niniejszej pracy jest próba opracowania nowej metody klasyfikacji drzewostanów, która pozwoliłaby na pełniejszą liczbową ocenę ich możliwości produkcyjnych i stanu rozwojowego na podstawie cech podlegających bezpośredniemu pomiarowi.

Zastosowana metoda klasyfikacji jest rozszerzeniem wrocławskiej metody korelacji obszarowych (J. Perkal 1949, J. Perkal i J. Battek 1955, J. Battek i J. Perkal 1958) na trzy cechy charakteryzujące jednowiekowe lite drzewostany sosnowe.

Można oczywiście zapytać o znaczenie klasyfikacji drzewostanów dla nauki i praktyki leśnej w podanym wyżej sensie. Nie będzie przesadą stwierdzenie, że taka klasyfikacja drzewostanów jest koniecznością naukową i gospodarczą. Leśnik musi bowiem znać możliwości produkcyjne drzewostanów i stopień ich rozwoju. Leśnik chce ponadto wiedzieć:

1. Jakie są wyniki dotychczasowych poczynąń hodowlanych?
2. Czy i jakich zabiegów hodowlanych wymaga aktualnie drzewostan?
3. Jakich wyników można oczekiwać projektując taki lub inny zabieg hodowlany?
4. Jak najlepiej prowadzić drzewostan, by spełnić on mógł takie lub inne cele, którym ma służyć?

Zagadnienia te interesują nas nie tylko w odniesieniu do każdego pojedynczego drzewostanu, lecz również w odniesieniu do grup drzewostanów, które składają się na obręb lub gospodarstwo leśne.

W praktyce leśnej do udzielania odpowiedzi na wyżej postawione pytania powołany jest w pierwszym rzędzie dział urządzenia lasu, a następnie również i bezpośredni gospodarz lasu. Dla obu tych stanowisk umiejętność klasyfikacji drzewostanów jest niezbędna.

2. Dotychczasowe sposoby klasyfikacji drzewostanów. Klasyczny sposób klasyfikacji drzewostanów polega na określaniu za pomocą tabel zasobności dwu wielkości: bonitacji i zadrzewienia. Znamy wiele tabel zasobności (Weise 1880, Schwappach 1889, Schiffel 1904, Wimmenauer 1911, Gehrhardt 1930, Jedliński 1932, Płoński 1937 itd.).

Wspólną cechą tego sposobu klasyfikacji jest zaliczanie na podstawie wieku i wysokości drzewostanu (rzadziej przeciętnej pierśnicy) każdego rzeczywistego drzewostanu do jednej z klas bonitacyjnych oznaczonych odpowiednimi symbolami (np. Ia, I, II, III, IV, V) oraz na obliczaniu zadrzewienia jako ilorazu z zasobności drzewostanu rzeczywistego i zasobności drzewostanu tabelarycznego o tym samym wieku i klasie bonitacji.

Nowsze opracowania zrywają ze sposobem klasyfikacji opartym na tabelach zasobności w ich klasycznym ujęciu. Współcześni autorzy szukają związków funkcjonalnych i zależności stochastycznych między zasadniczymi cechami drzewostanu i na ich podstawie budują swoje modele klasyfikacyjne.

Suchecki (1938, 1959) korzysta z wykrytej przez siebie niezależności wypełnienia ekologicznego⁽¹⁾ od wieku (Rutkowski 1959) i szereguje drzewostany sosnowe według tej cechy oraz według smukłości drzewostanu. Wypełnienie ekologiczne drzewostanu jest miarą jego wydajności (bonitacji), smukłość drzewostanu jest stosunkiem średniej pierśnicy drzewostanu do jego średniej wysokości, i jako taka może być wskaźnikiem pilności pewnych zabiegów hodowlanych⁽²⁾.

Czarnowski (1953, 1958) pierwszy wyraźnie traktuje bonitację (zdolność wytwórczą siedliska) jako cechę ciągłą. Bonitacja jest u Czarnowskiego wyrażona przez średnią ilość drzew na powierzchni przyrodzonej w danych warunkach bonitacyjnych⁽³⁾. Poza zdolnością wytwórczą (bonitacją) określa Czarnowski każdy drzewostan jeszcze dwiema innymi

(1) Przez tzw. *wypełnienie ekologiczne przestrzeni* w drzewostanie rozumie się w leśnictwie stosunek miąższości wszystkich pni drzewostanu na pewnym obszarze do objętości bryły o podstawie równej temu obszarowi i o wysokości równej wysokości drzewostanu. Jest to po prostu liczba określająca stopień wypełnienia tej idealnej bryły przez żywą substancję drzewną.

(2) Im więcej pni zawiera drzewostan, tj. im jest gęstszy, bardziej zwarty, tym na ogół poszczególne drzewa w drzewostanie są bardziej smukłe, tj. cieńsze i wyższe. Tę właściwość wykorzystuje się w leśnictwie powszechnie do wyhodowania drzew smukłych, wystarcza bowiem prowadzić drzewostan odpowiednio zagęszczony. Za miarę tego zagęszczenia przyjął Suchecki cechę smukłości.

(3) Czarnowski nazywa *powierzchnią przyrodzoną* powierzchnię kwadratu o boku równym aktualnej wysokości drzewostanu. Drzewostan rośnie z wiekiem na wysokość; równolegle wzrasta wielkość jego powierzchni przyrodzonej, natomiast — według hipotezy Czarnowskiego — liczba drzew na takiej powierzchni w konkretnym drzewostanie jest, albo powinna być, wielkością stałą.

cechami: *zadrzewieniem*, które jest stosunkiem zasobności drzewostanu do zasobności maksymalnie możliwej do osiągnięcia w danych warunkach bonitacyjnych, i *zagęszczeniem*, które jest stosunkiem rzeczywistej ilości drzew (na 1 ha lub na powierzchni przyrodzonej) do średniej ilości drzew (na 1 ha lub na powierzchni przyrodzonej). Czarnowski klasyfikuje więc drzewostan na podstawie trzech cech, przy czym zagęszczenie jest tu istotnym wskaźnikiem potrzeb hodowlanych (por. również wskaźniki Koehlera).

Matematycy wrocławscy (Perkal i Battek 1955, 1958) idą inną drogą: skorelowane średnia pierśnica i średnia wysokość drzewostanu, zostają poddane — w każdej klasie wieku — pewnej transformacji statystycznej. Wskutek tej transformacji otrzymuje się nowy, nieskorelowany, oparty na osiach korelacji i prostokątny układ współrzędnych. Nową jednostką miary na obydwu osiach korelacji jest średnie, najmniejsze i największe, kwadratowe odchylenie. W ten sposób każdy drzewostan, scharakteryzowany poprzednio dwiema wzajemnie zależnymi cechami — średnią pierśnicą i średnią wysokością — otrzymuje dwie nowe niezależne cechy: bonitację i wysmukłość. Ten system klasyfikacji uważa za drzewostany „podobne” przyrodniczo te drzewostany, które charakteryzują się jednakowymi średnimi odchyleniami kwadratowymi (a więc zdarzają się w przyrodzie jednakowo „często”), co przy znajomości średnich odchyleń kwadratowych w każdej klasie wieku, pozwala na obiektywne porównywanie drzewostanów bez względu na ich stan. Ponadto osiągnięto w ten sposób nowe, bardzo ważne dla leśnictwa, kryterium stopnia dojrzałości biologicznej drzewostanów tego samego wieku i bonitacji. Mianowicie, drzewostan o wysmukłości ujemnej („grubszy” i o mniejszej ilości drzew) jest niewątpliwie — z wszystkimi dalszymi konsekwencjami — biologicznie bardziej dojrzały niż drzewostan tego samego wieku i bonitacji, lecz o wysmukłości dodatniej („cieńszy” i o większej ilości drzew).

3. Podstawowe trzy cechy drzewostanów. Stwierdziliśmy, że na ogół dotychczasowa syntetyczna charakterystyka drzewostanu polegała na określaniu dwu nowych wielkości na podstawie dwu — nie licząc wieku — cech podstawowych. Za pomocą tablic zasobności określamy bowiem bonitację i zadrzewienie, znając prócz wieku dwie cechy podstawowe drzewostanu: jego wysokość i zasobność. Metoda wrocławska na podstawie średniej pierśnicy i średniej wysokości drzewostanu określa również dwie nowe wielkości: bonitację i wysmukłość. Natomiast Czarnowski wprowadza trzy cechy podstawowe. Trzecią cechą jest liczba drzew i odpowiednio trzecią wielkością charakterystyczną jest zagęszczenie.

Nie ulega wątpliwości, że klasyfikowanie drzewostanów za pomocą trzech cech jest znacznie bardziej precyzyjne i w sumie informuje nas

o wiele wszechstronniej o drzewostanie. Informacje te są szczególnie cenne, jeśli chodzi o wskazówki co do pewnych zabiegów hodowlanych. Temu zagadnieniu między innymi poświęcona była praca Rutkowskiego (1959).

Spróbujmy więc za podstawę do klasyfikacji jednowiekowych litych drzewostanów przyjąć następujące trzy cechy podstawowe:

1. Wysokość drzewostanu H . (Jest to wartość średnia wysokości drzew drzewostanu.) Jak wiadomo, wysokość drzewostanu jest bardzo silnie skorelowana z żyznością gleby (Gieruszyński 1949).

2. Zasobność drzewostanu. Za miarę zasobności drzewostanu przyjmijmy za Suheckim ekologiczne wypełnienie przestrzeni pomnożone przez 100:

$$100 \cdot E = \frac{V}{HP} 100 \cdot 100,$$

gdzie V oznacza miąższość drzewostanu, H — wysokość drzewostanu, P — wielkość obszaru zajętego przez drzewostan. Liczbę $100 \cdot E$ będziemy odtąd wprost oznaczać symbolem E .

3. Liczba drzew. Za miarę liczby drzew przyjmijmy za Czarnowskim liczbę drzew na powierzchni przyrodzonej:

$$\tilde{N} = \frac{NH^2}{P},$$

gdzie N oznacza liczbę drzew drzewostanu na obszarze P .

Do przyjęcia wielkości E i \tilde{N} skłaniają nas następujące względy:

1. Obie te wielkości można uznać w pewnym sensie za naturalne jednostki liczby drzew i zasobności, jednostki niezależne od wielkości obszaru zajętego przez drzewostan.

2. Obie wielkości E i \tilde{N} dla drzewostanów rosnących w jednakowych warunkach glebowych i klimatycznych — w myśl hipotez postawionych przez Suheckiego i Czarnowskiego — są niezależne od wieku i w konsekwencji niezależne od wysokości drzewostanu. Idąc dalej można przypuszczać, że dla szerszej populacji drzewostanów rosnących w różnych warunkach siedliskowych, hipotezy te w odniesieniu do wartości średnich byłyby również uzasadnione (Rutkowski 1959), a przynajmniej wolno się tu spodziewać znacznie mniejszej zmienności E i \tilde{N} między klasami wieku niż odpowiednia zmienność liczby drzew i zasobności w odniesieniu do 1 hektara.

3. Natomiast wewnątrz klas wieku, w populacji drzewostanów jednego wieku, reprezentujących różne warunki siedliskowe — jak z prac Suheckiego i Czarnowskiego wiadomo — obie te wielkości są silnie

zmienne i zależą od przyrodzonych właściwości siedliska. Jest oczywiste, że w takiej populacji, istnieją korelacje między E , \hat{N} i wysokością drzewostanu H , ponieważ ta ostatnia cecha jest również, i to najpełniej, zależna od żyzności gleby i właściwości klimatu. Warto tu ponadto podkreślić znane leśnikom zjawisko, że wpływ gospodarki ludzkiej i innych przyczyn zewnętrznych na wysokość drzewostanu H jest na ogół znikomy, ale wpływ tych czynników na wielkości E i \hat{N} może być niejednokrotnie decydujący.

Jak widać z powyższego, układ naszej trójki cech H , E , \hat{N} jest układem bardzo skomplikowanym, skupiającym w sobie splot różnorodnych wzajemnych zależności bardzo istotnych dla gospodarującego leśnika.

4. Podstawowy materiał badawczy. Podstawowy materiał badawczy pochodzi z prac Jedlińskiego (1932) i Schwappacha (1889) — (patrz również Rutkowski 1959). Z materiałów tych wybrane zostały prawie wszystkie drzewostany ⁽¹⁾ od 25 do 104 lat, łącznie w ilości 303 drzewostanów. Całość materiału badawczego została podzielona na osiem 10-letnich klas wieku i w tym porządku przedstawiona w tablicach 1-8, w których spisano wartości cech H , E i \hat{N} .

Wartość H jest podana przez obu autorów w ich publikacjach; wielkości E i \hat{N} zostały obliczone przez autora niniejszej pracy z opublikowanych danych Jedlińskiego i Schwappacha według wzorów przedstawionych w poprzednim rozdziale.

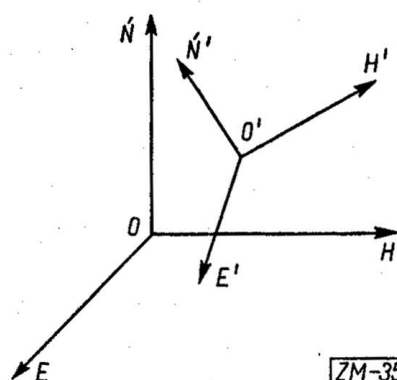
Dla zbioru drzewostanów każdej z ośmiu klas wieku przeprowadzono następnie obliczenia statystyczne, prowadzące do znalezienia współczynników równań liniowych, wyznaczających nowe, nieskorelowane wskaźniki klasyfikacyjne.

5. Rozwinięcie metody wrocławskiej na trzy cechy. Matematyczny model klasyfikacji i wyniki obliczeń. Rozważać będziemy prostokątny układ współrzędnych w przestrzeni trójwymiarowej $OHE\hat{N}$. W każdej z 10-letnich klas wieku odkładać będziemy na osi H wysokości drzewostanów, na osi E ich wypełnienia ekologiczne, na osi \hat{N} liczby drzew na powierzchni przyrodzonej. Otrzymamy w ten sposób w każdej klasie wieku zbiór punktów w przestrzeni, w którym położenie każdego punktu określone jest jednoznacznie przez współrzędne H_{ij} , E_{ij} , \hat{N}_{ij} , gdzie i oznacza klasę wieku, a j numer drzewostanu. Środek tego zbioru trójwymiarowej zmiennej $X_{ij} = (H_{ij}, E_{ij}, \hat{N}_{ij})$ stanowi punkt $X_i = (H_i, E_i, \hat{N}_i)$ o współrzędnych równych średnim wartościom H_{ij} , E_{ij} , \hat{N}_{ij} dla zbioru. Punkty indywidualne zbioru rozrzucone są nierównomiernie w przestrzeni wokół punktu $X_i = (H_i, E_i, \hat{N}_i)$, a geometryczne

⁽¹⁾ Z materiałów opublikowanych przez Jedlińskiego zostały odrzucone drzewostany Nr 46, 47, 103, 175, 166 ze względu na ujawnione błędy rachunkowe.

przedstawienie tego rozrzutu wokół środka zbioru nosi nazwę elipsoidy koncentracji. Środkiem ciężkości elipsoidy koncentracji jest punkt środkowy zbioru X_i ; ponadto elipsoida określona jest przez trzy prostopadłe osie główne elipsoidy — największą, najmniejszą i średnią — przechodzące przez środek zbioru.

Trzy główne osie elipsoidy koncentracji wyznaczają nowy prostokątny układ współrzędnych $O'H'E'\hat{N}'$, o osiach H' , E' , \hat{N}' , gdzie współrzędne H'_{ij} , E'_{ij} , \hat{N}'_{ij} są wzajemnie nieskorelowane. W ten sposób poło-



Rys. 1

ZM-357

żenie każdego punktu indywidualnego w przestrzeni określone może być dwójako: skorelowanymi współrzędnymi H_{ij} , E_{ij} , \hat{N}_{ij} w układzie pierwotnym $OHE\hat{N}$ i nieskorelowanymi współrzędnymi H'_{ij} , E'_{ij} , \hat{N}'_{ij} w nowym układzie $O'H'E'\hat{N}'$ (por. rys. 1).

Umówmy się, że wzdłuż osi H' będziemy mierzyć bonitację drzewostanu, wzdłuż osi E' — pełność (lub zadrzewienie) drzewostanu, wzdłuż osi \hat{N}' — zagęszczenie drzewostanu.

Każda z osi nowego układu współrzędnych tworzy z każdą z osi pierwotnego układu współrzędnych pewien kąt. Niech element a_{ik} oznacza cosinus każdego takiego kąta. Otrzymamy tabelkę:

Cosinusy kątów między osiami	H'	E'	\hat{N}'
H	a_{11}	a_{12}	a_{13}
E	a_{21}	a_{22}	a_{23}
\hat{N}	a_{31}	a_{32}	a_{33}

Zależności między współrzędnymi H_{ij} , E_{ij} , \hat{N}_{ij} pierwotnego układu $OHE\hat{N}$ a współrzędnymi H'_{ij} , E'_{ij} , \hat{N}'_{ij} nowego układu $O'H'E'\hat{N}'$ przedstawiają następujące układy równań:

$$\begin{aligned}
 H_{ij} &= H_i + a_{11}H'_{ij} + a_{12}E'_{ij} + a_{13}\hat{N}'_{ij}, \\
 E_{ij} &= E_i + a_{21}H'_{ij} + a_{22}E'_{ij} + a_{23}\hat{N}'_{ij}, \\
 \hat{N}_{ij} &= \hat{N}_i + a_{31}H'_{ij} + a_{32}E'_{ij} + a_{33}\hat{N}'_{ij}
 \end{aligned}
 \tag{1a}$$

oraz

$$\begin{aligned}
 H'_{ij} &= H'_i + a_{11}H_{ij} + a_{21}E_{ij} + a_{31}\hat{N}_{ij}, \\
 E'_{ij} &= E'_i + a_{12}H_{ij} + a_{22}E_{ij} + a_{32}\hat{N}_{ij}, \\
 \hat{N}'_{ij} &= \hat{N}'_i + a_{13}H_{ij} + a_{23}E_{ij} + a_{33}\hat{N}_{ij},
 \end{aligned}
 \tag{1b}$$

gdzie H'_i, E'_i, N'_i są współrzędnymi punktu O w nowym układzie współrzędnych $O'H'E'N'$, a współczynniki każdego z trzech równań układu (1) są odpowiednio cosinusami kierunkowymi każdej z trzech nowych osi H', E', N' .

Macierz cosinusów a_{ik}

$$(2) \quad A = [a_{ik}] = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix}$$

jest macierzą ortogonalną. Macierzy $A = [a_{ik}]$ odpowiada macierz przestawiona $A^T = [a_{ki}]$

$$(3) \quad A^T = [a_{ki}] = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{21} & a_{31} \\ a_{12} & a_{22} & a_{32} \\ a_{13} & a_{23} & a_{33} \end{bmatrix}$$

również ortogonalna, gdzie elementy a_{ki} każdego z trzech wierszy są współczynnikami odpowiednich trzech równań w układzie (1).

Elementy każdego z trzech wierszy macierzy przestawionej $A^T = [a_{ki}]$ znajdujemy z następujących trzech układów trzech równań jednorodnych:

$$(4) \quad \begin{aligned} (C_{HH} - \lambda_i) a_{1i} &+ C_{HE} a_{2i} &+ C_{HN} a_{3i} &= 0, \\ C_{HE} a_{1i} &+ (C_{EE} - \lambda_i) a_{2i} &+ C_{EN} a_{3i} &= 0, \\ C_{HN} a_{1i} &+ C_{EN} a_{2i} &+ (C_{NN} - \lambda_i) a_{3i} &= 0 \end{aligned} \quad (i = 1, 2, 3),$$

gdzie

C_{HH}, C_{EE}, C_{NN} — są wariancjami zmiennych H, E, N ,
 C_{HE}, C_{HN}, C_{EN} — są odpowiednimi kowariancjami tych zmiennych,
 $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ — są wariancjami punktów indywidualnych względem osi H', E', N' nowego układu współrzędnych. Wartości tych wariancji znajdujemy z równania sekularnego:

$$(5) \quad \begin{vmatrix} C_{HH} - \lambda & C_{HE} & C_{HN} \\ C_{HE} & C_{EE} - \lambda & C_{EN} \\ C_{HN} & C_{EN} & C_{NN} - \lambda \end{vmatrix} = 0$$

o jednej niewiadomej λ i trzech dodatnich pierwiastkach $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$.

Zauważmy ponadto, że nie potrzeba obliczać elementów trzeciego wiersza macierzy $A^T = [a_{ki}]$ (3) z układu (4). Dla macierzy $A = [a_{ik}]$ (2) elementy jednego wiersza są bowiem cosinusami kierunkowymi odpowiedniej osi. Zachodzą tu więc związki:

$$\begin{aligned}
 (6) \quad & a_{11}^2 + a_{12}^2 + a_{13}^2 = 1, \\
 & a_{21}^2 + a_{22}^2 + a_{23}^2 = 1, \\
 & a_{31}^2 + a_{32}^2 + a_{33}^2 = 1,
 \end{aligned}$$

z których wprost możemy obliczyć elementy a_{13} , a_{23} , a_{33} , znając elementy a_{11} , a_{21} , a_{31} oraz a_{12} , a_{22} , a_{32} obliczone z (4).

W tablicy 9 zostały ustawione klasami wieku wartości wariancji i kowariancji zmiennych H , E , \hat{N} ; w tablicy 10 — wartości pierwiastków λ_1 , λ_2 , λ_3 równania sekularnego (5); w tablicy 11 — cosinusy kierunkowe nowych osi H' , E' , \hat{N}' , a więc elementy macierzy przestawionych $A^T = [a_{ki}]$.

Obliczymy obecnie punkty środkowe ośmiu zbiorów trójwymiarowej zmiennej $X_{ij} = (H_{ij}, E_{ij}, \hat{N}_{ij})$ w ośmiu klasach wieku. Punkty te leżą na linii średniego rozwoju drzewostanów, wzdłuż której przesuwają się z wiekiem średni drzewostan. Linia średniego rozwoju przebiega oczywiście również w trójwymiarowej przestrzeni określonej przez trzy osie układu H , E , \hat{N} . Jest to krzywa, na której można wyznaczyć podziałkę wieku metodą najmniejszej sumy kwadratów. W szczególności można obliczyć średnie wartości H_i , E_i , \hat{N}_i dla każdego wieku. Wartości te dla naszych ośmiu klas wieku zostały spisane w tablicy 12.

Pozostają nam z kolei do obliczenia wielkości H'_i , E'_i , \hat{N}'_i występujące w równaniach układu (1b). Ponieważ nasze trzy osie korelacji przechodzą w każdej klasie wieku przez środek zbioru trójwymiarowej zmiennej $X_{ij} = (H_{ij}, E_{ij}, \hat{N}_{ij})$, czyli przez punkt $X_i = (H_i, E_i, \hat{N}_i)$, to z równań układu (1b) możemy wielkości te obliczyć z następujących relacji:

$$\begin{aligned}
 (7) \quad & H'_i + a_{11}H_i + a_{21}E_i + a_{31}\hat{N}_i = 0, \\
 & E'_i + a_{12}H_i + a_{22}E_i + a_{32}\hat{N}_i = 0, \\
 & \hat{N}'_i + a_{13}H_i + a_{23}E_i + a_{33}\hat{N}_i = 0.
 \end{aligned}$$

Obliczone wielkości H'_i , E'_i , \hat{N}'_i są spisane klasami wieku w tablicy 13.

W ten sposób znaleźliśmy wszystkie elementy konieczne do obliczenia nowych współrzędnych H'_{ij} , E'_{ij} , \hat{N}'_{ij} z równań układu (1b). Wielkości H'_{ij} , E'_{ij} , \hat{N}'_{ij} wyrazimy jednak w jednostkach naturalnych, takich że miarą rozrzutu punktów indywidualnych wzdłuż ich osi będą odpowiednie średnie kwadratowe odchylenia, a więc kwadratowe pierwiastki z wariancji λ_1 , λ_2 , λ_3 . W tym celu unormujemy jednostki na osiach H' , E' , \hat{N}' na wariancję 1 przez podzielenie wielkości H'_{ij} , E'_{ij} , \hat{N}'_{ij} odpowiednio przez $\sqrt{\lambda_1}$, $\sqrt{\lambda_2}$, $\sqrt{\lambda_3}$.

Zgodnie z poprzednią umową określimy:

Bonitację drzewostanu ilorazem

$$(8) \quad H'_{ij}/\sqrt{\lambda_1} = B_{ij},$$

pełność drzewostanu ilorazem

$$(9) \quad E'_{ij}/\sqrt{\lambda_2} = Zd_{ij},$$

zagęszczenie drzewostanu ilorazem

$$(10) \quad \hat{N}'_{ij}/\sqrt{\lambda_3} = Zg_{ij}.$$

Z wzorów (8), (9), (10) oraz układu równań (1b) otrzymujemy więc relacje:

$$(11) \quad \begin{aligned} B_{ij} &= \frac{H'_i}{\sqrt{\lambda_1}} + \frac{a_{11}}{\sqrt{\lambda_1}} H_{ij} + \frac{a_{21}}{\sqrt{\lambda_1}} E_{ij} + \frac{a_{31}}{\sqrt{\lambda_1}} \hat{N}_{ij}, \\ Zd_{ij} &= \frac{E'_i}{\sqrt{\lambda_2}} + \frac{a_{12}}{\sqrt{\lambda_2}} H_{ij} + \frac{a_{22}}{\sqrt{\lambda_2}} E_{ij} + \frac{a_{32}}{\sqrt{\lambda_2}} \hat{N}_{ij}, \\ Zg_{ij} &= \frac{\hat{N}'_i}{\sqrt{\lambda_3}} + \frac{a_{13}}{\sqrt{\lambda_3}} H_{ij} + \frac{a_{23}}{\sqrt{\lambda_3}} E_{ij} + \frac{a_{33}}{\sqrt{\lambda_3}} \hat{N}_{ij}. \end{aligned}$$

W tabelicy 14 spisano klasami wieku wyrazy wolne i współczynniki równań układu (11).

W leśnej praktyce urządzeniowej wymagana jest niejednokrotnie znajomość podstawowych cech drzewostanu scharakteryzowanego tylko przez pewne dane wskaźniki klasyfikacyjne. W naszym przypadku chodziłoby więc o odpowiedź na pytanie co do wysokości, wypełnienia ekologicznego i liczby drzew drzewostanu o danych wskaźnikach B , Zd , Zg .

Zastępując w równaniach układu (1a) H'_{ij} , E'_{ij} , \hat{N}'_{ij} przez wyrażenia $B_{ij}\sqrt{\lambda_1}$, $Zd_{ij}\sqrt{\lambda_2}$, $Zg_{ij}\sqrt{\lambda_3}$ ((8), (9), (10)), otrzymujemy układ równań

$$(12) \quad \begin{aligned} H_{ij} &= H_i + a_{11}\sqrt{\lambda_1}B_{ij} + a_{12}\sqrt{\lambda_2}Zd_{ij} + a_{13}\sqrt{\lambda_3}Zg_{ij}, \\ E_{ij} &= E_i + a_{21}\sqrt{\lambda_1}B_{ij} + a_{22}\sqrt{\lambda_2}Zd_{ij} + a_{23}\sqrt{\lambda_3}Zg_{ij}, \\ \hat{N}_{ij} &= \hat{N}_i + a_{31}\sqrt{\lambda_1}B_{ij} + a_{32}\sqrt{\lambda_2}Zd_{ij} + a_{33}\sqrt{\lambda_3}Zg_{ij}, \end{aligned}$$

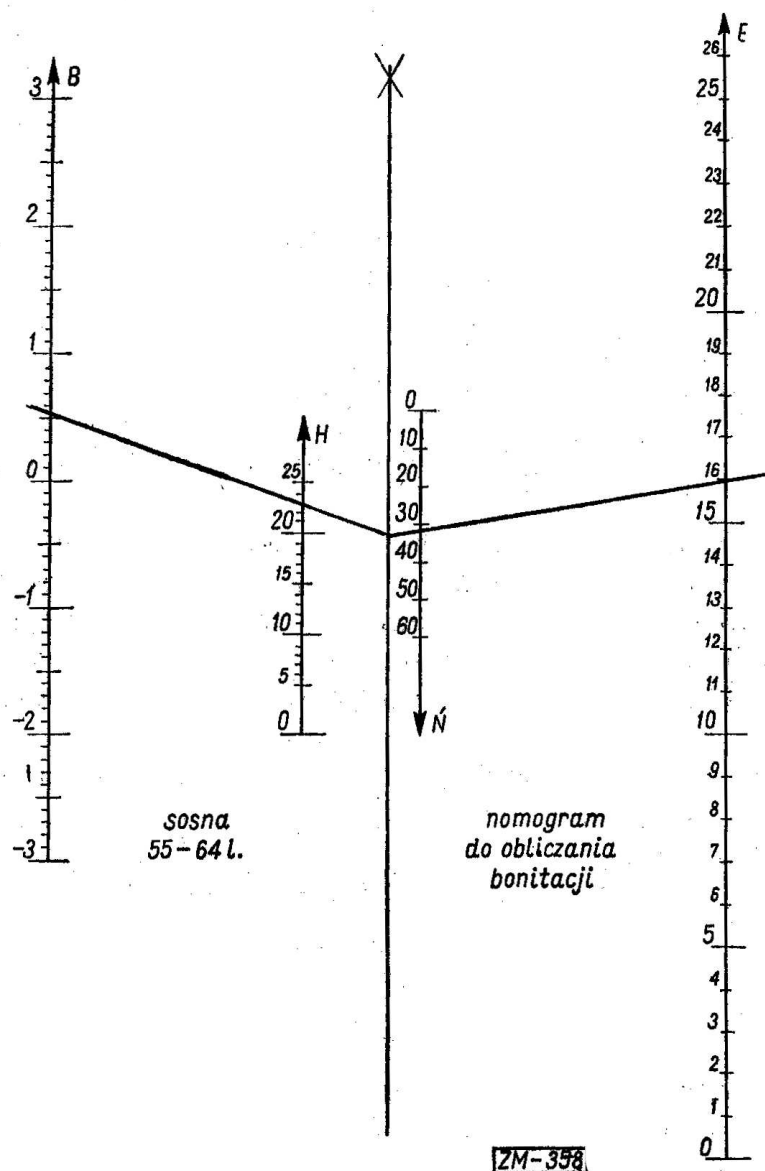
który jest rozwiązaniem i tego zagadnienia.

Wyrazy wolne i współczynniki równań układu (12) spisano klasami wieku w tabelicy 15.

Tablice 14 i 15 odpowiadają w swej istocie temu, co w leśnictwie zwykle się nazywać tablicami zasobności. W szczególności za pomocą współczynników z tabelicy 14, wstawionych do równań układu (11), obliczamy wskaźniki klasyfikacyjne (B , Zd , Zg) każdego drzewostanu, a więc charakteryzujemy go pod względem bonitacji, pełności i zagęszczenia.

Za pomocą współczynników z tablicy 15, wstawionych do równań układu (12), określamy podstawowe trzy cechy drzewostanu o danych wskaźnikach klasyfikacyjnych.

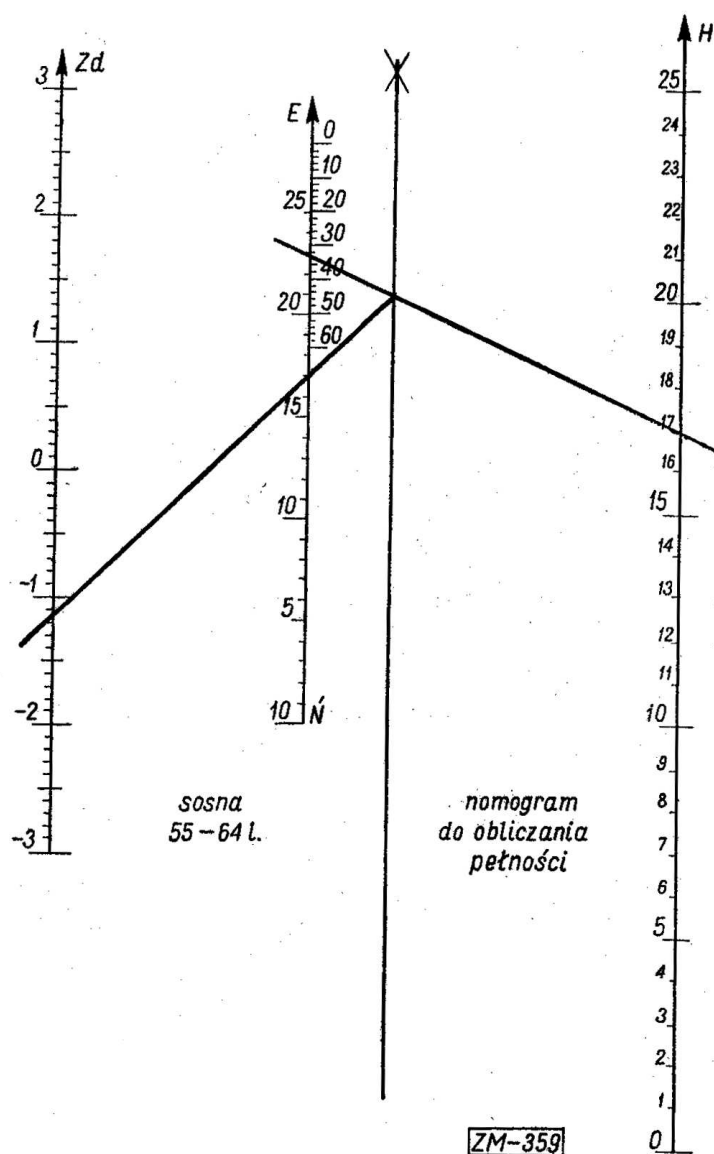
6. Wyznaczanie wskaźników klasyfikacyjnych za pomocą nomogramów. Klasyfikacja drzewostanów w leśnej praktyce urzędniowej jest czynnością powtarzającą się wielokrotnie. Obliczanie wskaźników



Rys. 2

z równań układu (11) byłoby więc bardzo uciążliwe. Prace rachunkowe można jednak bardzo ułatwić i przyspieszyć, stosując do obliczeń odpowiednie nomogramy. Dla przykładu skonstruowano nomogramy do obli-

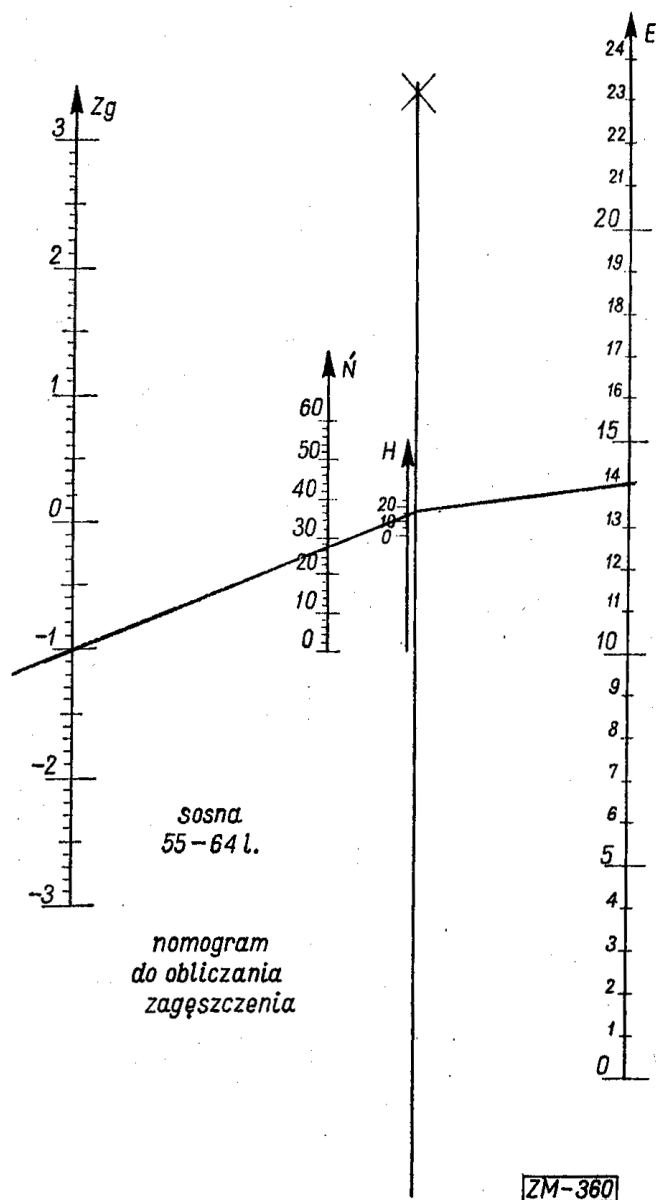
czania bonitacji, pełności i zagęszczenia dla drzewostanów w klasie wieku 55-64 l. (rys. 2, 3, 4). Każdy z tych nomogramów składa się z pięciu drabinek (osi) równoległych; cztery drabinki są wyskalowane, piąta, środkowa drabinka jest ślepa. Indeksami są dwie proste przecinające się na drabince ślepej X . Nomogramami posługujemy się następująco:



Rys. 3

a) Wyznaczanie bonitacji drzewostanu. Prowadzimy prostą (np. krawędź linijki) przez punkty E_{ij} i \hat{N}_{ij} na osiach E oraz \hat{N} do przecięcia się z osią X . Następnie prowadzimy drugą prostą przez punkt przecięcia na osi X i przez punkt H_{ij} na osi H , do przecięcia się z osią B w punkcie B_{ij} , który jest rozwiązaniem zadania.

b) Wyznaczanie pełności drzewostanu. Prowadzimy prostą przez punkty H_{ij} i \hat{N}_{ij} na osiach H oraz \hat{N} . Punkt przecięcia się tej prostej z osią X łączymy z punktem E_{ij} na osi E (skale E oraz \hat{N} są na jednej osi). Ta druga prosta przecina oś Zd w punkcie Zd_{ij} , który jest rozwiązaniem zadania.



Rys. 4

c) Wyznaczanie zagęszczenia drzewostanu. Postępowanie jest analogiczne. Łączymy E_{ij} z punktem H_{ij} . Oś X przecinamy w pewnym punkcie X_{ij} . Prosta łącząca punkt X_{ij} z punktem \hat{N}_{ij} wyznacza na osi Zg punkt Zg_{ij} , który jest rozwiązaniem zadania.

Podobne nomogramy można oczywiście skonstruować dla każdej klasy wieku. Pełny komplet nomogramów dla wszystkich drzewostanów sosnowych od 25 do 104 lat, składa się więc z 24 takich tablic jak na rysunkach 2, 3 i 4.

7. Znaczenie wskaźników klasyfikacyjnych dla oceny drzewostanów. Kryterium „normalności” i klasy produkcyjne. Zachodzi pytanie, jakich wiadomości o drzewostanie dostarczają nam nowe wskaźniki klasyfikacyjne. Rozpatrzmy je po kolei:

a) Bonitacja. Wskaźnik bonitacji B informuje nas o wartości hodowlanej i produkcyjnej drzewostanu. Drzewostany wyższe, bardziej zasobne (o silniejszym wypełnieniu ekologicznym przestrzeni) i silniej zagęszczone charakteryzują się wyższym wskaźnikiem bonitacji — dodatnim, gdy drzewostan jest „lepszy” niż średni — ujemnym, gdy drzewostan jest odpowiednio „gorszy”. O „dobroci” drzewostanu decyduje głównie jego wysokość, jednak zasobność (wyrażona liczbą E) i liczba drzew w pewnej — wprawdzie nieco ograniczonej — mierze, mają również wpływ na wielkość wskaźnika bonitacji. Ten wpływ zaznacza się tak silnie, że dwa drzewostany tego samego wieku o różnej wysokości, mogą się charakteryzować równymi wskaźnikami bonitacji, jeśli tylko drzewostan niższy jest „lepszy” niż drzewostan wyższy. Oznacza to, że wyprowadzony wskaźnik bonitacji nie może być miarą możliwości produkcyjnych tkwiących w przyrodzonych właściwościach gleby i klimatu, jest natomiast oceną „dobroci” samego drzewostanu, jest wskaźnikiem możliwości trzebieżowych, a także — w skrajnym przypadku negatywnym — stanowi kryterium wyróżniania tzw. drzewostanów „negatywnych”.

Faktem jest jednak, że obiektywna ocena możliwości produkcyjnych siedliska (a więc czegoś, co jest dane przez przyrodzone właściwości podłoża glebowego i klimatu) jest dla leśnictwa również niezbędna. Możemy się więc umówić, że — w odróżnieniu od bonitacji drzewostanu, mierzonej wskaźnikiem B — tak rozumianą bonitację siedliska mierzyć będziemy bonitacją pewnego idealnego drzewostanu o tej samej wysokości w danej klasie wieku, lecz o średniej pełności $Zd = 0$ i średnim zagęszczeniu $Zg = 0$. Tak zdefiniowaną bonitację siedliska oznaczmy literą S i napiszmy:

$$S = B, \quad \text{gdy} \quad Zd = 0 \quad \text{i} \quad Zg = 0.$$

Relację między bonitacją siedliska S a wysokością drzewostanu H wyprowadzić możemy z pierwszego równania układu (12), tj. z równania wysokości drzewostanu. Jeśli w tym równaniu podstawimy: $Zd = 0$, $Zg = 0$, otrzymamy

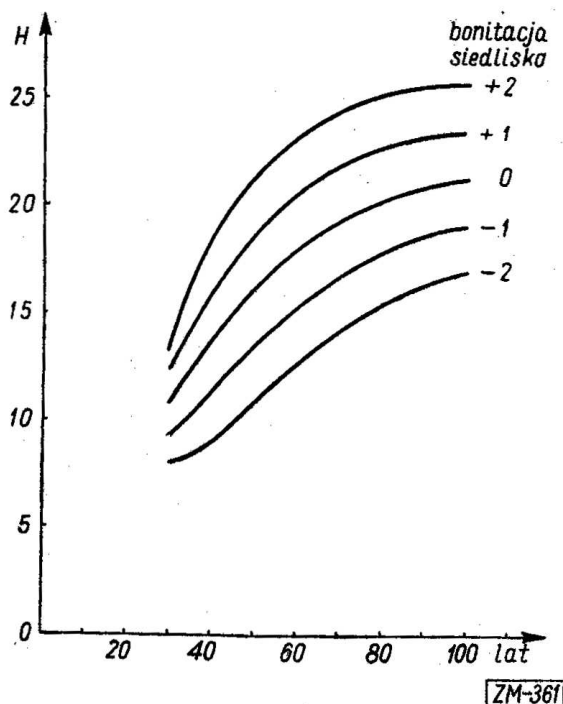
$$(13) \quad H_{ij} = H_i + a_{11} \sqrt{\lambda_1} S_{ij}$$

oraz

$$(14) \quad S_{ij} = \frac{1}{a_{11}\sqrt{\lambda_1}} (H_{ij} - H_i).$$

Współczynniki $1/a_{11}\sqrt{\lambda_1}$ równania (14) spisano według klas wieku w tabelicy 16.

Za pomocą równania (15) możemy obliczyć, jakie są wysokości średnich drzewostanów (więc drzewostanów o średniej pełności i średnim



Rys. 5

zagęszczeniu) dla każdej bonitacji siedliska. Krzywe wysokości drzewostanów dla $S = -2, -1, 0, +1, +2$ przedstawia rysunek 5.

Analizując krzywe na rysunku 5, zauważmy, że kulminacja przyrostu wysokości średniego drzewostanu siedlisk gorszych następuje później niż kulminacja przyrostu wysokości drzewostanu siedlisk lepszych (np. dla $S = -2$ kulminacja jest w wieku około 40 lat, dla $S = -1$ w wieku około 35 lat itd.). To spostrzeżenie jest nieoczekiwanym potwierdzeniem informacji zawartych już w klasycznych tablicach zasobności.

Oczywiście, dwa drzewostany o tej samej bonitacji siedliska mogą mieć różne bonitacje drzewostanu, jako wynik zabiegów gospodarczych, lub jeszcze innych czynników zewnętrznych (działalność szkodników leśnych, szkody ze strony przyrody nieożywionej). Przykładem takiej rozbieżności między bonitacją drzewostanu a bonitacją siedliska mogą być następujące dwie pary drzewostanów:

Wiek	H	E	\bar{N}	S	B
40	17	17,49	45,7	+1,3	+1,4
50	20	16,73	32,1	+1,4	+0,4
50	15	19,00	27,6	-0,5	-1,6
70	18,5	20,40	24,2	-0,4	-1,1

b) Pełność. Wskaźnik pełności drzewostanu jest silnie związany z wypełnieniem ekologicznym przestrzeni oraz słabo z liczbą drzew. Obie te zależności są wprost proporcjonalne. Natomiast zależność tego wskaź-

nika od wysokości drzewostanu jest odwrotnie proporcjonalna. Dwa drzewostany jednakowo zasobne i o jednakowej liczbie drzew, lecz o różnych wysokościach, charakteryzują się różnymi wskaźnikami pełności: pełność drzewostanu niższego jest wyższa i odwrotnie. Na przykład:

Wiek	<i>H</i>	<i>E</i>	<i>N̄</i>	<i>Zd</i>
60	21	19,10	35,8	−0,6
80	28	18,48	33,5	−1,5

Z drugiej strony, dwa drzewostany równej wysokości i o równej liczbie drzew mogą mieć różne wskaźniki pełności, w zależności od tego oczywiście, który z dwu drzewostanów jest „grubszy”. Na przykład:

Wiek	<i>H</i>	<i>E</i>	<i>N̄</i>	<i>Zd</i>
30	16	15,29	44,0	−3,0
40	16	20,48	45,5	+1,0

Zwróćmy uwagę na to, że istota informacji zawartych we wskaźniku pełności jest odwrotna do treści zawartej we wskaźniku wysmukłości przytaczanym przez matematyków wrocławskich. Drzewostan o dodatniej wysmukłości jest drzewostanem o ujemnej pełności i odwrotnie. Wreszcie wskaźnik pełności — podobnie jak wskaźnik wysmukłości, lecz w sensie przeciwnym — jest miarą tego, co nazywamy dojrzalnością drzewostanu.

c) Zagęszczenie. Wskaźnik zagęszczenia zależy wprost od liczby drzew, natomiast maleje ze wzrostem wysokości drzewostanu i jego zasobności. Jego istotne znaczenie uwidacznia się w konfrontacji ze wskaźnikiem pełności; na przykład drzewostan o dodatnim wskaźniku zagęszczenia i ujemnym wskaźniku pełności jest gęsty (zwarty) i „cienki”, wymaga więc pilnych zabiegów pielęgnacyjnych. Jeśli jest przeciwnie — drzewostan jest przerzedzony i „gruby”, to zabiegi pielęgnacyjne są mniej pilne. Ponadto wskaźnik zagęszczenia wyraża w ścisłej formie liczbowej to, co zwykle nazywamy zwarciem drzewostanu.

Z kolei przypomnijmy, że drzewostanom sosnowym o identycznych cechach podstawowych jak cechy drzewostanów opisanych w klasycznych tablicach zasobności, przypisywano niegdyś tzw. „normalność”, określając w ten sposób pewien wzorzec prawidłowo zagospodarowanego drzewostanu. Autorzy klasycznych tablic zasobności nie definiowali przy tym nigdy, czy — a jeżeli tak — to w granicach jakich odchyień od wartości tabelarycznych — można drzewostany uznać za prawidłowo zagospodarowane. To niedomówienie przysparzało i przysparza nadal praktyce leśnej wiele nieporozumień, a nawet strat gospodarczych.

Niniejsza praca jest nie tylko propozycją pewnego systemu klasyfikacyjnego. Proponuje się ponadto uznać za drzewostany „normalne” —

w sensie prawidłowo zagospodarowanych — wszystkie te drzewostany sosnowe, których nowe wskaźniki klasyfikacyjne bonitacji, pełności i zagęszczenia mieszczą się równocześnie w przedziale $-3, +3$.

Konieczne jest tu jeszcze pewne wyjaśnienie. Drzewostany o wskaźnikach wyższych niż $+3$ zdarzyć się mogą w przyrodzie chyba tylko wyjątkowo (teoretycznie z prawdopodobieństwem mniejszym od $0,001$), drzewostany natomiast charakteryzujące się przynajmniej jednym ze wskaźników niższym niż -3 zdarzać się mogą znacznie częściej, jako skutek sporadycznych klęsk żywiołowych lub też po prostu wadliwej czy zgoła plądrowniczej gospodarki. Wyróżnić tu trzeba następujące możliwości:

a) $B < -3$, równocześnie $Zd < -3$ lub $Zg < -3$. Wszystkie drzewostany o bonitacji niższej niż -3 , gdy równocześnie jeden ze wskaźników $Zd < -3$ lub $Zg < -3$, zaliczymy do klasy drzewostanów negatywnych, nieopłacalnych w dalszej hodowli. Naturalną konsekwencją zaliczenia drzewostanu do klasy drzewostanów negatywnych jest przeznaczenie takiego drzewostanu do wyrębu.

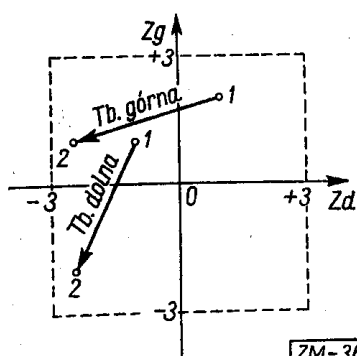
b) $Zd < -3$. Drzewostany o wskaźniku pełności mniejszym niż -3 , gdy równocześnie wskaźniki B i Zg są prawidłowe ($-3, +3$), zaliczymy do klasy drzewostanów „cienkich”. Są to na ogół drzewostany wadliwie zagospodarowane lub drzewostany tuż po silnej, górnej trzebieży, prawidłowo zagęszczone, lecz bardzo „cienkie”.

c) $Zg < -3$. Drzewostany o wskaźniku zagęszczenia niższym niż -3 , gdy równocześnie wskaźniki Zd i B są prawidłowe ($-3, +3$), zaliczać będziemy do klasy drzewostanów „dojrzałych”, silnie przerzedzonych, lecz bardzo „grubych”. Drzewostany „dojrzałe” kwalifikują się automatycznie do wyrębu.

Jak z dotychczasowych rozważań wynika, pielęgnacyjne zabiegi trzebieżowe prowadzić należy jedynie w klasie drzewostanów prawidłowo zagospodarowanych i to tak, by wskutek wadliwej lub zbyt silnej trzebieży, drzewostan nie „wypadł” z tej klasy, chyba, że świadomie zało-

żymy w pewnych przypadkach (np. silne przeświecenia starodrzewi) przesunięcie drzewostanu do klasy drzewostanów dojrzałych.

Nasilenie prawidłowych trzebieży będzie oczywiście największe w drzewostanach charakteryzujących się dodatnimi wskaźnikami Zd i Zg , najmniejsze w drzewostanach o ujemnych wskaźnikach Zd i Zg . Zauważmy wreszcie — pamiętając stale o zasadzie niewytrącania drzewostanu z klasy drzewostanów prawidłowo zagospodarowanych — że tylko



Rys. 6

w drzewostanach o pełności dodatniej wskazana jest trzebież górna, i odwrotnie, w drzewostanach o pełności ujemnej wolno nam prowadzić tylko trzebież dolną. Wyobraźmy sobie bowiem na płaszczyźnie układ współrzędnych $O Zd Zg$ (bonitację pomijamy) (por. rys. 6). Niech punkt 1 (Zd_1, Zg_1) oznacza stan drzewostanu przed trzebieżą, a punkt 2 (Zd_2, Zg_2) stan drzewostanu po trzebieży. Otóż kierunek wektora 12 (wyobrażającego zmianę wskaźników Zd, Zg wskutek trzebieży) zależy od tego, czy prowadzimy trzebież górną (wyjęcie niewielu drzew grubych obniża silnie pełność a nieznacznie zagęszczenie) lub trzebież dolną (wyjęcie wielu drzew cienkich obniża nieznacznie pełność a silnie zagęszczenie).

Na zakończenie tych rozważań dodajmy, że ponieważ nowe wskaźniki klasyfikacyjne są nie tylko wzajemnie niezależne, ale również nie zależą od wieku, możemy obliczać średnie wskaźniki dla grup drzewostanów, obrębów, gospodarstw a nawet dla całego kraju. Co więcej, możemy porównywać ze sobą średnie wskaźniki różnych obrębów lub gospodarstw, oraz — co jest chyba najważniejsze — możemy badać zmiany, jakie zaszły w danym drzewostanie, obrębie lub gospodarstwie w ciągu pewnego okresu gospodarczego. Badać możemy przy tym nie tylko zmiany, jakim uległ każdy wskaźnik z osobna, ale również możemy te zmiany wyrazić jednym wypadkowym wektorem w trójwymiarowej przestrzeni, określonej układem współrzędnych $O B Zd Zg$. Niech punkt 1 (B_1, Zd_1, Zg_1) oznacza stan drzewostanu, gospodarstwa lub obrębu na początku okresu gospodarczego, punkt 2 (B_2, Zd_2, Zg_2) niech oznacza stan drzewostanu gospodarstwa lub obrębu na koniec okresu gospodarczego. Wektor 12 (w szczególności jego wielkość i kierunek) jest obiektywną oceną wyników działalności gospodarczej w ciągu ubiegłego okresu.

8. Porównanie nowej klasyfikacji z tablicami zasobności Schwappacha. Interesujące jest porównanie nowej klasyfikacji z tablicami zasobności Schwappacha. Zagadnienie to przedstawiają tablice 17 i 18. W tablicy 17 porównujemy pięć drzewostanów 60-letnich różnych bonitacji z tablic Schwappacha. Jak widać, średnie drzewostany nowej klasyfikacji odpowiadają II bonitacji Schwappacha (a nie III). W tablicy 18 porównujemy osiem drzewostanów tabelarycznych II bonitacji w wieku 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90 i 100 lat. Z porównania wynika, że nasza krzywa średniego rozwoju drzewostanów przebiega nieco inaczej niż u Schwappacha. Tabelaryczne drzewostany Schwappacha poniżej 60 lat są niższe, lecz „lepsze” i bardziej zasobne od drzewostanów średnich nowej klasyfikacji. Powyżej 60 lat sytuacja jest odwrotna.

Warto na tym miejscu przypomnieć i porównać własności wskaźników naszej klasyfikacji i charakterystyk drzewostanu, stosowanych tradycyjnie w leśnictwie.

Nowe wskaźniki klasyfikacyjne

a) Klasyfikacja odnosi się do wszelkich drzewostanów bez względu na sposób ich zagospodarowania.

b) Proponuje się trzy wskaźniki dotyczące drzewostanu: bonitacja, pełność (zadrzewienie) i zagęszczenie; ponadto można stosować odrębny wskaźnik bonitacji siedliska.

c) Wskaźnik bonitacji jest cechą ciągłą.

d) Wskaźniki dotyczące drzewostanu nie są skorelowane, co oznacza, że każdy ze wskaźników stanowi informację nową, nie dającą się przewidzieć na podstawie drugiego wskaźnika (Perkal i Battek 1955, 1958).

e) Przyjmuje się przyrodniczą („częstościową”) konwencję podobieństwa; odchylenia od wartości średnich wyraża się w zmiennych znormalizowanych, tj. za pomocą różnic, podzielonych przez odpowiednie średnie kwadratowe odchylenia. W zagadnieniach biologicznych taka normalizacja cech jest szczególnie uzasadniona: w rzeczywistości przyrodniczej bowiem, przedmioty o cechach równych co do liczbowych wartości zmiennych znormalizowanych, zdarzają się — dla określonego rozkładu — jednako często, a to już jest zjawisko o istotnym biologicznym znaczeniu. Przy przyjęciu tej konwencji podobieństwa, zmienne znormalizowane można poddawać pewnym dalszym operacjom (np. zmiany cech traktowane jako wektory można do siebie dodawać itd.) bez względu na to, jakiego rodzaju cechy te zmienne przedstawiają (Battek i Perkal 1958).

Tradycyjne charakterystyki drzewostanu

a) Klasyczne tablice zasobności stanowią pewien wzorec, według którego prowadzi się drzewostan; ocena drzewostanu przy użyciu takich tablic odnosi się teoretycznie tylko do drzewostanów zagospodarowanych według tego wzorca (Szymkiewicz 1948, Rutkowski 1959, 1960).

b) W użyciu jest tylko jedna charakterystyka dotycząca drzewostanu: zadrzewienie; można powiększyć ilość charakterystyk, np. zagęszczenie, grubość (Rutkowski 1959); nie można określić bonitacji drzewostanu; ponadto wyznacza się klasy bonitacji siedliska (w tablicach Schwappacha pięć klas).

c) Bonitacja siedliska nie jest cechą ciągłą.

d) Charakterystyki dotyczące drzewostanu są skorelowane (Rutkowski 1958); informacje, których dostarczają te charakterystyki splatają się wzajemnie ze sobą.

e) Przyjmuje się geometryczną (ilorazową) konwencję podobieństwa; odchylenia od wartości średnich wyraża się za pomocą ilorazów; konwencja ta przejęta wprost z techniki (np. skale planów i map) nie ma uzasadnienia przyrodniczego.

f) Obliczenia wszystkich wskaźników dokonuje się niezależnie, nie trzeba znać np. wskaźnika bonitacji, by móc obliczyć wskaźnik pełności itd.

g) Można zaproponować przyrodniczo istotne kryteria wyróżnienia klasy drzewostanów prawidłowo zagospodarowanych.

h) Wyróżnienie klasy drzewostanów prawidłowo zagospodarowanych oraz ścisła analiza stanu rozwojowego drzewostanu za pomocą większej liczby wskaźników pozwala na obiektywne wnioskowanie co do konieczności odpowiednich zabiegów hodowlanych.

f) Obliczenia charakterystyk są zależne; by obliczyć charakterystykę za drzewienia, trzeba przedtem określić klasę bonitacji siedliska; ewentualne błędy zaokrąglenia i inne błędy przenoszą się tu automatycznie; błędy zaokrąglenia zależą od wieku i od poszczególnych charakterystyk (Rutkowski 1960).

g) Nie istnieje ścisła definicja drzewostanów „normalnych”.

h) Bardzo trudno wysnuć konkretne wnioski co do pilności i konieczności zabiegów hodowlanych (Rutkowski 1959).

9. Zakończenie. Z zagadnieniem klasyfikacji i rozwoju drzewostanów wiąże się wiele spraw ważnych i istotnych dla praktyki leśnej. Niektóre z nich zostały zaledwie zasygnalizowane w niniejszej pracy (trzebieże, ocena drzewostanów i gospodarstw), inne zostały pominięte zupełnie (przyrost, inwentaryzacja drzewostanów itd.).

Do pierwszoplanowych należy przede wszystkim zagadnienie dostatecznie ścisłej oceny wielkości H , E , \bar{N} w inwentaryzowanych drzewostanach; dalej zagadnienie opracowania takiej lub podobnej klasyfikacji drzewostanów innych gatunków oraz drzewostanów mieszanych i różnowiekowych. Przy dzisiejszym stanie wiedzy pomyślne rozwiązanie wszystkich tych problemów jest najzupełniej realne i możliwe w dość krótkim czasie; jest — co więcej — palącą koniecznością ze względu na pilne zamówienie społeczne w dziale urzędzenia lasu.

TABLICA 1

Klasa wieku 25-34 l.

Jedliński				Schwappach			
Nr drzewostanu	H	E	\bar{N}	Nr drzewostanu	H	E	\bar{N}
94	11,5	19,7	59,8	3	13,8	18,1	49,8
136	13,6	18,4	47,8	5	13,1	21,2	54,2
165	10,8	18,8	31,5	35	9,6	20,4	35,0
11	11,4	16,2	47,9	37	10,3	18,0	41,4
63	12,6	17,9	48,2	38	10,9	20,2	44,6
137	13,1	18,0	49,1	39	11,9	17,7	51,1

TABLICA 1 (od.)

Jedliński				Schwappach			
Nr drze- wostanu	<i>H</i>	<i>E</i>	<i>N</i>	Nr drze- wostanu	<i>H</i>	<i>E</i>	<i>N</i>
6	14,4	21,7	45,2	94	8,2	20,6	33,8
10	10,9	20,4	52,8	96	9,1	18,3	45,1
12	11,1	20,4	35,0	97	10,2	19,1	61,6
28	8,0	18,2	40,7	99	10,3	19,3	36,8
158	11,0	21,0	44,1	136	7,8	14,9	25,2
161	16,3	17,0	41,2	137	8,4	17,3	34,0
133	8,9	22,5	36,6	167	5,2	12,9	13,9
59	11,7	17,4	31,7	180	13,3	15,8	34,0
				194	9,8	19,9	29,7

Razem 29 drzewostanów.

TABLICA 2

Klasa wieku 35-44 l.

Jedliński				Schwappach			
Nr drze- wostanu	<i>H</i>	<i>E</i>	<i>N</i>	Nr drze- wostanu	<i>H</i>	<i>E</i>	<i>N</i>
5	16,0	21,5	31,5	36	13,8	18,8	38,1
9	12,8	21,2	51,2	4	19,1	19,1	50,4
88	14,2	16,6	43,9	7	14,3	20,6	40,1
7	13,1	18,0	39,3	9	14,2	21,9	52,2
45	14,5	19,9	31,8	11	17,6	19,7	45,3
56	11,3	18,3	30,9	13	16,4	20,8	47,8
68	14,9	18,1	40,7	40	13,2	21,6	46,6
90	14,4	15,1	36,8	41	13,8	20,4	49,3
91	15,1	19,5	51,8	42	12,5	20,4	37,2
128	13,9	25,8	45,6	44	14,2	19,9	58,8
130	13,7	20,4	43,4	46	13,9	19,6	37,9
13	14,2	20,2	59,1	48	14,5	19,8	59,7
39	15,5	14,2	40,0	49	14,8	20,0	46,8
65	12,5	18,1	40,5	50	14,4	18,5	44,5
89	13,8	18,1	43,5	95	11,6	19,0	35,8
38	15,9	14,4	38,2	98	12,8	18,1	42,1
53	11,2	19,0	35,3	101	9,3	19,8	70,1
154	13,9	18,5	41,3	103	12,6	16,7	42,7
32	13,9	18,9	44,0	104	14,2	19,3	55,3
37	16,1	14,7	30,5	138	7,8	16,1	33,1
43	14,0	17,8	33,7	139	7,2	14,8	16,2
50	13,9	20,6	41,9	140	8,1	15,4	32,1
69	15,4	19,7	46,9	142	9,0	17,2	38,5
72	10,1	17,5	37,0	168	6,7	14,1	27,3
82	14,9	16,5	47,8	169	7,1	16,0	29,0

TABLICA 2 (cd.)

Jedliński				Schwappach			
Nr drze- wostanu	<i>H</i>	<i>E</i>	<i>N</i>	Nr drze- wostanu	<i>H</i>	<i>E</i>	<i>N</i>
156	15,3	20,3	40,7	207	9,2	14,8	23,8
168	16,9	12,1	34,8	212	5,3	8,9	15,0
66	15,6	17,5	40,2				
132	14,6	19,3	45,5				
167	18,5	14,4	43,5				
75	15,1	18,6	37,2				
81	15,1	19,3	46,2				
138	14,6	20,9	41,6				
44	10,7	18,5	26,6				
57	13,2	18,3	34,1				
123	17,3	24,1	42,5				
124	17,0	22,4	45,3				
152	15,4	20,3	44,5				
51	12,1	17,2	34,7				
126	16,6	22,4	49,6				
61	16,4	19,1	41,5				
105	17,4	19,8	45,4				
135	18,3	20,6	48,6				

Razem 70 drzewostanów.

TABLICA 3

Klasa wieku 45-54 l.

Jedliński				Schwappach			
Nr drze- wostanu	<i>H</i>	<i>E</i>	<i>N</i>	Nr drze- wostanu	<i>H</i>	<i>E</i>	<i>N</i>
86	15,5	21,1	35,8	6	16,5	19,8	48,9
108	16,6	19,5	42,8	8	16,9	19,0	37,9
115	18,3	19,6	54,3	10	18,7	20,4	52,0
18	18,7	24,0	52,3	12	19,4	20,2	39,8
20	20,1	20,6	41,0	14	19,4	22,4	47,4
60	16,3	16,8	39,4	15	17,7	20,2	37,8
21	19,1	16,1	35,5	17	18,9	18,4	44,6
26	20,6	18,2	45,0	18	18,8	20,0	44,3
27	17,8	19,3	38,8	19	20,5	19,2	55,6
73	12,5	16,6	35,6	43	16,1	20,6	45,1
83	18,7	20,2	51,3	45	17,2	20,9	56,2
58	15,7	15,9	33,2	47	18,3	19,4	45,0
100	21,4	20,9	37,6	51	16,3	19,3	45,0
74	19,1	19,9	44,1	52	16,5	19,0	55,3

TABLICA 3 (cd.)

Jedliński				Schwappach			
Nr drze- wostanu	H	E	N	Nr drze- wostanu	H	E	N
71	12,9	16,4	33,5	54	17,0	19,0	50,4
140	16,9	19,1	32,8	56	17,3	19,9	47,5
67	21,8	18,1	45,2	58	17,9	19,1	43,7
76	19,5	18,2	38,6	59	17,0	20,2	36,6
163	20,3	19,1	41,0	100	13,1	20,8	38,3
34	11,5	15,6	28,7	102	12,6	18,4	52,8
				105	12,7	18,2	47,6
				141	10,7	17,3	38,7
				143	9,0	16,3	33,8
				144	10,5	16,6	29,2
				170	6,1	15,9	17,4
				171	7,2	13,4	21,2
				181	15,8	22,0	38,7
				195	12,2	10,9	19,8
				196	16,9	16,9	39,0

Razem 49 drzewostanów.

TABLICA 4

Klasa wieku 55-64 l.

Jedliński				Schwappach			
Nr drze- wostanu	H	E	N	Nr drze- wostanu	H	E	N
77	15,9	17,7	35,2	16	19,8	21,3	39,0
84	22,0	17,9	40,8	20	24,1	19,8	58,8
48	17,9	17,4	36,4	21	22,1	20,7	43,2
153	16,5	17,0	41,8	22	20,0	21,8	48,7
127	21,9	22,0	48,0	24	22,4	19,0	37,8
151	16,6	18,4	41,3	53	19,6	18,2	43,8
42	24,0	22,8	42,4	55	19,1	19,9	43,0
49	16,8	18,8	37,3	57	19,2	20,6	43,6
64	17,2	19,8	31,4	60	19,0	20,8	36,1
159	19,8	19,3	28,9	61	18,4	20,4	42,1
95	22,9	19,4	37,3	63	18,2	21,0	44,3
				64	19,5	19,6	38,9
				106	14,7	18,0	35,5
				107	15,3	16,6	26,5
				109	16,4	17,2	38,1
				111	16,7	17,4	34,4
				113	17,0	19,1	49,0
				115	17,3	19,3	36,4

TABLICA 4 (cd.)

Schwappach			
Nr drze- wostanu	<i>H</i>	<i>E</i>	<i>N</i>
117	17,3	19,6	26,9
119	16,9	20,8	32,6
120	16,2	16,3	37,1
145	13,3	16,3	28,7
147	12,0	14,6	25,7
148	13,8	15,3	37,9
149	14,7	16,4	32,6
172	8,6	14,4	23,0
177	22,8	17,0	30,4
182	19,2	22,4	44,4
183	19,6	21,8	36,6

Razem 40 drzewostanów.

TABLICA 5

Klasa wieku 65-74 l.

Jedliński				Schwappach			
Nr drze- wostanu	<i>H</i>	<i>E</i>	<i>N</i>	Nr drze- wostanu	<i>H</i>	<i>E</i>	<i>N</i>
55	13,9	17,0	22,5	23	23,1	20,9	51,2
62	22,0	19,0	35,8	25	23,5	18,9	30,5
16	19,5	24,0	38,3	62	22,4	19,4	29,1
19	20,3	19,4	37,9	66	19,5	20,9	43,3
54	14,3	15,9	28,3	68	21,1	20,2	42,1
104	25,9	21,4	36,2	69	21,5	20,3	38,2
119	22,2	18,9	37,2	71	22,8	20,3	35,1
132	22,4	18,9	38,3	108	16,5	18,7	27,2
79	25,2	19,6	45,6	110	19,0	17,4	37,0
139	19,0	20,1	34,1	112	18,7	17,7	31,0
147	19,1	16,8	34,7	114	19,0	19,4	39,9
148	16,2	19,4	26,2	116	19,2	19,9	36,0
160	21,9	18,3	31,9	118	19,1	20,8	28,3
172	22,6	18,4	36,0	122	18,2	17,2	25,6
70	25,4	19,3	49,5	150	13,6	18,9	29,9
120	17,8	17,2	29,3	151	13,0	19,2	37,2
171	24,6	20,4	42,7	153	14,8	18,1	33,9
174	21,5	17,4	28,0	154	14,2	14,7	29,4
141	20,0	16,8	27,2	173	10,2	16,2	32,3
				184	22,1	21,1	39,0
				197	18,8	17,3	38,6
				208	14,4	13,3	21,2
				146	14,6	17,1	25,4
				200	15,1	19,6	26,4

Razem 43 drzewostany.

TABLICA 6

Klasa wieku 75-84 l.

Jedliński				Schwappach			
Nr drze- wostanu	H	E	N̄	Nr drze- wostanu	H	E	N̄
97	20,3	18,4	41,0	26	26,0	19,6	33,3
162	24,4	19,8	46,2	27	24,8	21,2	47,0
4	21,1	20,6	44,2	28	24,7	19,9	36,6
122	20,5	21,8	33,8	65	22,3	19,3	34,2
150	20,7	20,9	30,6	67	22,6	20,4	39,0
157	19,6	17,4	31,5	70	22,5	18,9	29,7
155	23,5	20,4	28,7	72	22,1	19,8	32,1
170	20,4	11,5	27,3	74	22,9	21,1	41,0
1	21,4	21,6	39,4	75	23,3	18,3	34,0
				121	18,6	16,6	30,8
				123	19,8	18,4	27,1
				124	20,1	17,4	39,5
				152	15,3	18,4	36,7
				155	15,0	16,9	37,8
				156	14,2	14,9	26,6
				157	16,3	17,9	27,2
				174	11,9	19,1	28,1
				178	26,4	21,4	31,7
				185	21,9	17,6	29,8
				198	19,1	16,0	28,3
				199	17,8	17,4	31,5
				201	17,4	18,9	30,5
				202	16,6	14,6	26,6

Razem 32 drzewostany.

TABLICA 7

Klasa wieku 85-94 l.

Jedliński				Schwappach			
Nr drze- wostanu	H	E	N̄	Nr drze- wostanu	H	E	N̄
52	22,7	20,0	28,0	159	14,9	17,1	28,7
29	25,4	20,5	33,1	161	15,9	16,1	25,3
30	26,5	21,4	35,2	175	11,4	16,8	24,0
73	24,3	19,5	31,5	179	27,8	22,9	31,7
76	25,9	20,8	31,4	186	23,8	17,3	35,2
77	25,2	21,3	39,1	187	26,2	16,3	41,5
125	21,8	19,8	34,5	189	23,8	23,1	35,6
126	19,2	18,9	26,8	204	21,9	21,0	24,1
128	19,6	16,8	24,5	209	16,4	19,6	31,9
130	18,5	19,7	24,1	210	17,6	17,0	23,1
158	17,7	18,4	29,3				

Razem 21 drzewostanów.

TABLICA 8

Klasa wieku 95-104 l.

Jedliński				Schwappach			
Nr drze- wostanu	H	E	\tilde{N}	Nr drze- wostanu	H	E	\tilde{N}
24	24,1	19,0	24,4	78	26,1	22,7	28,5
41	26,5	20,9	38,3	79	26,6	21,4	27,3
110	25,4	17,4	28,6	81	23,0	24,2	29,2
				127	20,2	21,0	27,6
				129	20,5	17,9	24,8
				131	22,3	21,2	30,0
				132	20,6	18,1	34,8
				160	15,5	19,2	27,8
				162	16,8	18,0	28,2
				163	18,4	18,6	31,0
				164	16,7	17,8	32,1
				176	12,2	12,4	8,7
				188	26,1	18,7	36,0
				190	24,7	17,7	30,7
				203	17,6	14,5	22,0
				205	22,1	22,1	23,3

Razem 19 drzewostanów.

TABLICA 9

Wariancje i kowariancje zmiennych H , E , \tilde{N} w klasach wieku

Klasy wieku	C_{HH}	C_{EE}	$C_{\tilde{N}\tilde{N}}$	C_{HE}	$C_{H\tilde{N}}$	$C_{E\tilde{N}}$
25- 34	5,379	4,448	106,000	0,966	12,931	8,448
35- 44	8,429	4,643	86,470	3,348	13,257	13,814
45- 54	12,612	5,184	77,286	4,653	19,265	12,877
55- 64	10,375	4,850	50,650	4,750	13,375	8,275
65- 74	14,326	3,674	50,767	3,791	13,349	7,209
75- 84	12,187	4,844	10,344	3,937	7,219	6,906
85- 94	19,571	4,476	23,809	5,429	13,286	2,143
95-104	17,000	7,369	36,948	6,684	13,948	8,421

TABLICA 10

Pierwiastki λ równania sekularnego (5)

Klasy wieku	λ_1	λ_2	λ_3
25- 34	4,00	3,60	108,50
35- 44	6,40	2,75	90,50
45- 54	7,70	2,30	75,00
55- 64	8,65	2,10	61,50
65- 74	9,25	2,07	51,00
75- 84	9,65	2,20	42,00
85- 94	9,90	2,60	36,00
95-104	10,00	4,00	32,00

TABLICA 11

Cosinusy kierunkowe osi nowego układu współrzędnych

Klasy wieku		H	E	\tilde{N}
25- 34	H'	0,70	0,70	0,14
	E'	-0,71	0,69	0,14
	\tilde{N}'	-0,07	-0,20	0,98
35- 44	H'	0,95	0,24	0,20
	E'	-0,26	0,96	0,11
	\tilde{N}'	-0,17	-0,14	0,97
45- 54	H'	0,94	0,24	0,25
	E'	-0,26	0,96	0,10
	\tilde{N}'	-0,22	-0,16	0,96
55- 64	H'	0,91	0,30	0,28
	E'	-0,33	0,94	0,09
	\tilde{N}'	-0,25	-0,14	0,95
65- 74	H'	0,86	0,39	0,33
	E'	-0,42	0,90	0,10
	\tilde{N}'	-0,28	-0,20	0,94
75- 84	H'	0,80	0,41	0,44
	E'	-0,47	0,87	0,14
	\tilde{N}'	-0,37	-0,25	0,89
85- 94	H'	0,73	0,45	0,51
	E'	-0,53	0,83	0,17
	\tilde{N}'	-0,44	-0,32	0,84
95-105	H'	0,70	0,46	0,55
	E'	-0,59	0,78	0,20
	\tilde{N}'	-0,40	-0,42	0,81

TABLICA 12

Współrzędne środkowych punktów zbiorów $X_i = (H, E, \tilde{N})$ w klasach wieku

Klasy wieku	H_i	E_i	\tilde{N}_i
25- 34	10,83	18,75	41,48
35- 44	13,82	18,75	41,56
45- 54	16,22	18,75	40,36
55- 64	18,08	18,75	38,24
65- 74	19,47	18,75	35,60
75- 84	20,46	18,75	32,80
85- 94	21,12	18,75	30,22
95-104	21,50	18,75	28,24

TABLICA 13

Wyrazy wolne H'_i, E'_i, \tilde{N}'_i w klasach wieku

Klasy wieku	H'_i	E'_i	\tilde{N}'_i
25- 34	-26,50	-11,02	-36,09
35- 44	-25,94	-18,97	-35,32
45- 54	-29,85	-17,83	-32,13

TABLICA 13 (cd.)

Klasy wieku	H'_i	E'_i	N'_i
55- 64	-32,77	-15,09	-29,16
65- 74	-35,82	-12,28	-24,30
75- 84	-38,48	-11,29	-16,95
85- 94	-39,25	-10,35	-10,11
95-104	-39,18	- 7,56	- 6,40

TABLICA 14

Wyraz wolny i współczynniki równania bonitacji

Klasy wieku	$\frac{H'_i}{\sqrt{\lambda_1}}$	$\frac{a_{11}}{\sqrt{\lambda_1}}$	$\frac{a_{21}}{\sqrt{\lambda_1}}$	$\frac{a_{31}}{\sqrt{\lambda_1}}$
25- 34	-13,25	0,350	0,350	0,070
35- 44	-10,27	0,376	0,0948	0,079
45- 54	-10,74	0,338	0,0863	0,0899
55- 64	-11,13	0,310	0,102	0,0952
65- 74	-11,80	0,293	0,1281	0,1086
75- 84	-12,41	0,258	0,1322	0,142
85- 94	-12,50	0,232	0,1433	0,1625
95-104	-12,40	0,221	0,1455	0,174

Wyraz wolny i współczynniki równania pełności

Klasy wieku	$\frac{E'_i}{\sqrt{\lambda_2}}$	$\frac{a_{12}}{\sqrt{\lambda_2}}$	$\frac{a_{22}}{\sqrt{\lambda_2}}$	$\frac{a_{32}}{\sqrt{\lambda_2}}$
25- 34	- 5,80	-0,374	0,363	0,0737
35- 44	-11,39	-0,1568	0,578	0,0663
45- 54	-11,73	-0,1711	0,631	0,0658
55- 64	-10,40	-0,228	0,648	0,0620
65- 74	- 8,52	-0,292	0,625	0,0695
75- 84	- 7,62	-0,318	0,588	0,0946
85- 94	- 6,42	-0,329	0,515	0,1056
95-104	- 3,78	-0,295	0,390	0,1000

Wyraz wolny i współczynniki równania zagęszczenia

Klasy wieku	$\frac{N'_i}{\sqrt{\lambda_3}}$	$\frac{a_{13}}{\sqrt{\lambda_3}}$	$\frac{a_{23}}{\sqrt{\lambda_3}}$	$\frac{a_{33}}{\sqrt{\lambda_3}}$
25- 34	-3,46	-0,00672	-0,0192	0,094
35- 44	-3,71	-0,01789	-0,01471	0,102
45- 54	-3,72	-0,0254	-0,0185	0,111
55- 64	-3,72	-0,0319	-0,01785	0,1211
65- 74	-3,40	-0,0392	-0,0280	0,1316
75- 84	-2,62	-0,0571	-0,0386	0,1373
85- 94	-1,686	-0,0733	-0,0534	0,14
95-104	-1,133	-0,0708	-0,0743	0,1433

TABLICA 15

Wyraz wolny i współczynniki równania wysokości

Klasy wieku	H_i	$a_{11}\sqrt{\lambda_1}$	$a_{12}\sqrt{\lambda_2}$	$a_{13}\sqrt{\lambda_3}$
25- 34	10,83	1,40	-1,35	-0,73
35- 44	13,82	2,40	-0,432	-1,62
45- 54	16,22	2,61	-0,395	-1,90
55- 64	18,08	2,68	-0,478	-1,96
65- 74	19,47	2,62	-0,604	-2,00
75- 84	20,46	2,48	-0,696	-2,40
85- 94	21,12	2,29	-0,853	-2,64
95-104	21,50	2,21	-1,180	-2,26

Wyraz wolny i współczynniki równania wypełnienia ekologicznego

Klasy wieku	E_i	$a_{21}\sqrt{\lambda_1}$	$a_{22}\sqrt{\lambda_2}$	$a_{23}\sqrt{\lambda_3}$
25- 34	18,75	1,40	1,31	-2,08
35- 44	18,75	0,617	1,595	-1,331
45- 54	18,75	0,667	1,46	-1,385
55- 64	18,75	0,882	1,362	-1,099
65- 74	18,75	1,187	1,296	-1,429
75- 84	18,75	1,27	1,288	-1,625
85- 94	18,75	1,412	1,338	-1,92
95-104	18,75	1,452	1,56	-2,37

Wyraz wolny i współczynniki równania liczby drzew

Klasy wieku	N'_i	$a_{31}\sqrt{\lambda_1}$	$a_{32}\sqrt{\lambda_2}$	$a_{33}\sqrt{\lambda_3}$
25- 34	41,48	0,28	0,266	10,21
35- 44	41,56	0,506	0,1826	9,22
45- 54	40,36	0,695	0,152	8,31
55- 64	38,24	0,824	0,1315	7,45
65- 74	35,60	1,003	0,144	6,71
75- 84	32,80	1,367	0,207	5,77
85- 94	30,23	1,600	0,274	5,04
95-104	28,24	1,74	0,400	4,58

TABLICA 16

Wyraz wolny i współczynnik $\frac{1}{a_{11}\sqrt{\lambda_1}}$ w równaniu bonitacji siedliska

Klasy wieku	H_i	$\frac{1}{a_{11}\sqrt{\lambda_1}}$
25- 34	10,83	0,715
35- 44	13,82	0,416
45- 54	16,22	0,383
55- 64	18,08	0,374
65- 74	19,47	0,382
75- 84	20,46	0,404
85- 94	21,12	0,437
95-104	21,50	0,453

TABLICA 17

Porównanie nowej klasyfikacji z tabelami zasobności Schwappacha

Bonitacja wg Schwap- pacha	Wiek	Wysokość drzewo- stanu	Zasobność	Ilość drzew na 1 ha	H	E	N	B	Zd	Zg
I	60	21,6	406	851	21,6	18,80	39,7	+1,3	-0,7	0
II	60	18,1	339	1167	18,1	18,73	38,2	0	0	0
III	60	15,0	279	1643	15,0	18,60	37,0	-1,1	+0,5	0
IV	60	11,7	210	2116	11,7	17,94	29,0	-2,9	+0,4	-0,9
V	60	8,5	151	2865	8,5	17,79	24,4	-	+0,7	-1,4

TABLICA 18

Porównanie nowej klasyfikacji z tabelami zasobności Schwappacha cd.

Bonitacja wg Schwap- pacha	Wiek	Wysokość drzewo- stanu	Zasobność	Ilość drzew na 1 ha	H	E	N	B	Zd	Zg
II	30	10,2	213	5530	10,2	20,90	57,5	+1,7	+2,2	+1,5
II	40	13,2	266	2740	13,2	20,15	47,7	+0,4	+1,3	+0,6
II	50	15,8	307	1610	15,8	19,40	40,2	-0,1	+0,5	0
II	60	18,1	339	1167	18,1	18,73	38,2	0	0	0
II	70	20,0	367	872	20,0	18,35	34,9	+0,2	-0,5	-0,1
II	80	21,6	391	674	21,6	18,10	31,5	0	-0,9	-0,2
II	90	22,9	409	541	22,9	17,85	28,4	0	-1,8	-0,3
II	100	24,1	422	449	24,1	18,64	26,0	+0,2	-0,1	-0,5

Prace cytowane

- [1] E. Chodzicki, *Zagadnienie ujednolicenia niektórych pojęć techniczno-gospodarczych różnicowania lasów*, Sylwan 104. 5 (1960), str. 1-24.
- [2] M. Czarnowski, *Teoria dynamiki wewnętrznej drzewostanów a potrzeby praktyki*, Sympozjum leśników, Kraków 1958.
- [3] — *Teoria dynamiki wewnętrznej zbiorowisk drzewiastych*, Warszawa 1953.
- [4] T. Gieruszyński, *Dendrometria*, Warszawa 1949.
- [5] W. Jedliński i tow., *Badania właściwości i struktury rozwoju i przyrostu drzewostanów sosnowych w Polsce*, Warszawa 1932.
- [6] *Materialy Konferencji Agrobiologicznej Leśników, Rogów 9-13 września 1953*, Warszawa 1953.
- [7] J. Perkal, *O korelacjach obszarowych*, Cas. pro pestovani mat. a fyz., Praha 1949.
- [8] J. Perkal i J. Battek, *Próba oceny rozwoju drzewostanów*, Sylwan 99. 1 (1955), str. 12-31.
- [9] J. Battek i J. Perkal, *Bonitacja i wyszukłość drzewostanów*, Zastosowania Matematyki 3 (1958), str. 285-306.
- [10] B. Rutkowski, *Próba analizy wartości tabel zasobności Schwappacha*, Sympozjum leśników, Kraków 1958.
- [11] — *Teoria wypełnienia ekologicznego przestrzeni w świetle analizy statystycznej*, Referat na Organ. Konf. Biometr., Wrocław 19-21 lutego 1959.
- [12] — *Przydatność tabel zasobności Schwappacha dla oceny niektórych cech taksacyjnych drzewostanów sosnowych*, 1959. W druku.

[13] — *Wpływ błędu zaokrąglenia bonitacji na wartość czynnika zadrzewienia*, 1960. W rękopisie.

[14] A. Schwappach, *Wachstum und Ertrag normaler Kiefernbestände in der norddeutschen Tiefebene*, Berlin 1889.

[15] K. Suchecki, *O ekologicznym wypełnieniu przestrzeni drzewostanu*, Sylwan 56. 1,2 (1938), str. 29-42.

[16] K. Suchecki, *Próba ustalenia rzędów produktywności siedlisk leśnych przy pomocy wypełnienia ekologicznego przestrzeni (dla drzewostanów sosnowych)*, Referat na Organ. Konf. Biometr., Wrocław 19-21 lutego 1959.

[17] B. Szymkiewicz, *Niektóre zagadnienia dotyczące tablic zasobności drzewostanów sosnowych*, Warszawa 1948.

Praca wpłynęła 10. 6. 1960

Б. РУТКОВСКИЙ

КЛАССИФИКАЦИЯ СОСНЯКОВ ПО ТРЕМ ПОКАЗАТЕЛЯМ ВРОЦЛАВСКИМ МЕТОДОМ

РЕЗЮМЕ

Предметом статьи является попытка новой классификации сосняков, которая дала бы полную оценку их производительности и хода роста.

Применяемый метод классификации является расширением вроцлавского метода областных корреляций (Пяркаль, Баттек 1955, Баттек, Пяркаль 1958) на три основных признака сосняков:

1. высоту стволов,
2. запас древесины,
3. количество деревьев.

Как меру запаса принято, по Сухецкому (1938, 1959) экологическое выполнение

$$(1) \quad E = \frac{V}{HP} \cdot 100,$$

где V есть объем древесины в кубометрах, H — высота стволов в метрах, P — поверхность сосняка в гектарах.

Как меру количества деревьев принято, по Чарновскому, число стволов на поверхности равной квадрату высоты

$$(2) \quad \dot{N} = \frac{NH^2}{P},$$

где N — число деревьев в сосняке. Величины E и \dot{N} приняты автором в качестве натуральных единиц запаса и числа деревьев, независимых от поверхности занимаемой сосняком.

Опытный материал взят из работ Едлинского (1932) и Шваппаха (1889) и состоит из данных о 303 сосняках разделенных на восемь десятилетних классов возраста (таблицы 1-8). В каждом из классов проведены через совокупность точек с координатами H_{ij} , E_{ij} , \dot{N}_{ij} в системе координат $OHE\dot{N}$ три оси корреляции, которые определяют новую систему координат $O'H'E'\dot{N}'$ (черт. 1). Координаты H'_{ij} , E'_{ij} , \dot{N}'_{ij} выражены в нормированных единицах (т. е. разделены

на соответствующие средние квадратичные отклонения), взаимно некоррелированы и составляют систему трех показателей сосняка: бонитета (B), полноты (Zd) и густоты (Zg).

В таблице 14 даются свободные члены и коэффициенты линейных уравнений

$$(3) \quad \begin{aligned} B_{ij} &= f_{i1}(H_{ij}, E_{ij}, \bar{N}_{ij}), \\ Zd_{ij} &= f_{i2}(H_{ij}, E_{ij}, \bar{N}_{ij}), \\ Zg_{ij} &= f_{i3}(H_{ij}, E_{ij}, \bar{N}_{ij}). \end{aligned}$$

В таблице 15 даны свободные члены и коэффициенты уравнений

$$(4) \quad \begin{aligned} H_{ij} &= f_{i4}(B_{ij}, Zd_{ij}, Zg_{ij}), \\ E_{ij} &= f_{i5}(B_{ij}, Zd_{ij}, Zg_{ij}), \\ \bar{N}_{ij} &= f_{i6}(B_{ij}, Zd_{ij}, Zg_{ij}). \end{aligned}$$

Таблицы 14 и 15 соответствуют, по существу, тому, что в лесоводстве принято называть таблицами запасов. Для облегчения вычисления новых показателей B , Zd , Zg можно пользоваться соответствующими номограммами (см. черт. 2, 3, 4).

Все те сосняки, у которых показатели бонитета, полноты и густоты лежат в интервале $(-3, +3)$ предлагаю считать сосняками нормальными. Это определение нормальных сосняков позволяет объективным образом запланировать размеры и вид рубки ухода. Приведенные классификационные показатели могут служить кроме того для оценки лесных хозяйств.

B. RUTKOWSKI (Swoszowice)

THREE-WAY CLASSIFICATION OF PINE FOREST STAND WITH THE USE OF VROTSLAVIAN METHOD

SUMMARY

The paper deals with a new classification of pine forest stands; the classification is supposed to give a full numerical estimation of their productive capacities and state of their development.

The method applied is an extension of the Vrotslavian method of region correlation (J. Perkal and J. Battek 1955, J. Battek and J. Perkal 1958) to the case of three basic characteristics of forest stands:

1. the height of forest stand,
2. the growing stock of forest stand,
3. the number of trees in forest stand.

As a measure of the growing stock of a forest stand we took, after Suchecki (1938, 1959), its ecological saturation, given by

$$(1) \quad E = \frac{V}{HP} 100,$$

where V is the volume of forest stand in cubic meters, H is the height of forest stand in meters, and P is the area of forest stand in hectares.

As a measure of the number of trees we took, after Czarnecki (1958), the number of trees in an area equal to the square of the height of forest stand:

$$(2) \quad \bar{N} = \frac{NH^2}{P},$$

where N is the number of trees of forest stand. The values E and \bar{N} are considered by the author as natural units characterizing growing stock and the number of trees of forest stands, units which are independent of the area of the forest stand.

The data for our survey were taken from papers of Jedliński (1932) and Schwappach (1889), and they comprise 303 forest stands divided into eight 10-year-old classes (tab. 1-8). For each 10-years age class three correlation axes have been determined in the coordinate system $OHE\bar{N}$ with coordinates H_{ij} , E_{ij} , \bar{N}_{ij} . These three axes determine a new system of coordinates $O'H'E'\bar{N}'$ (see Fig. 1). The coordinates H'_{ij} , E'_{ij} , \bar{N}'_{ij} expressed in their standardized units (i.e. divided by corresponding mean quadratic deviations) are mutually uncorrelated and provide a system of three indices for forest stand: quality (B), compactness of forest stand (Zd) and crowding of forest stand (Zg).

Table 14 gives the free terms and coefficients of linear equations:

$$B_{ij} = f_{i1}(H_{ij}, E_{ij}, \bar{N}_{ij}),$$

$$Zd_{ij} = f_{i2}(H_{ij}, E_{ij}, \bar{N}_{ij}),$$

$$Zg_{ij} = f_{i3}(H_{ij}, E_{ij}, \bar{N}_{ij}).$$

Table 15 gives the free terms and coefficients of linear equations:

$$H_{ij} = f_{i4}(B_{ij}, Zd_{ij}, Zg_{ij}),$$

$$E_{ij} = f_{i5}(B_{ij}, Zd_{ij}, Zg_{ij}),$$

$$\bar{N}_{ij} = f_{i6}(B_{ij}, Zd_{ij}, Zg_{ij}).$$

As a matter of fact, tables 14 and 15 correspond to what one usually calls in forestry the tables of the growing stock. For computing the new coefficients B , Zd , Zg we may apply the corresponding nomograms (see Fig. 2, 3, 4).

We propose to call "normal", or, even better, "correctly managed" all forest stands whose quality, compactness and crowding lie in the interval $(-3, +3)$. This definition of "correctly managed" forest stand allows us the objective determination of the kind and magnitude of thinning. Besides, the indices introduced may serve for evaluating forest managements.