

Cykle dla przekształceń wielomianowych

T. Pezda (Wrocław)

Dla pierścienia S i wielomianu $f \in S[X]$ układ parami różnych elementów x_0, x_1, \dots, x_{n-1} nazywamy cyklem dla f gdy $f(x_0) = x_1, f(x_1) = x_2, \dots, f(x_{n-1}) = x_0$ (n to tzw. długość cyklu). Przez $\mathcal{CYCL}(S)$ oznaczamy zbiór możliwych długości dla cykli dla wielomianów o współczynnikach z S . Niech $B(S, 1)$ będzie maksymalnym elementem zbioru $\mathcal{CYCL}(S)$.

Analogicznie (rozpatrując przekształcenia wielomianowe) określamy cykle dla $S^N = S \times \dots \times S$ i definiujemy $\mathcal{CYCL}(S, N)$ oraz $B(S, N)$. Niech $B(n, N) = \max_{[K:Q]=n} B(Z_K, N)$.

Okazuje się, że dla $nN \rightarrow \infty, N \geq 2$ zachodzi $B(n, N) = 4^{nN(1+o(1))}$.

Przedstawię przesłanki za niezachodzeniem powyższej zależności dla $N = 1$.

Zająłbym się też kwestią wyznaczenia zbiorów $\mathcal{CYCL}(Z_K, N)$ dla różnych K, N (w zamkniętej postaci lub jako wynik działania ewentualnego algorytmu).

Poruszyłbym asymptotyczne zachowanie $\mathcal{CYCL}(Z_K, N)$ przy ustalonym K a także związkom $\mathcal{CYCL}(Z_K, 1)$ z równaniami w jednostkach i tzw. stałą Lenstry.

Przedstawię ideę dowodu zamkniętej formuły na $\mathcal{CYCL}(Z, N)$.

Podam też szereg rezultatów i związanych z nimi przypuszczeń dla różnych pokrewnych problemów (cykli dla kwadratowych wielomianów nad Q , precykli i.t.d.).