

# Algebra z geometrią 2013/2014

Seria 5, 12.11.2013

## OD WZORÓW CARDANO DO ZASADNICZEGO TWIERDZENIA ALGEBRY

**Zadanie 1.** Rozwiąż równania:

a)  $z^3 - 3z + \sqrt{3} = 0$ ,

b)  $z^3 + 6z^2 - 8 = 0$ ,

c)  $z^3 - 3iz - 1 + i = 0$ ,

d)  $z^3 - \frac{3}{4}z - \frac{1}{8} = 0$ .

**Zadanie 2.** Rozwiąż równanie  $z^4 + 4z^3 + z - \frac{1}{2} = 0$ .

**Zadanie 3.** (*Wikipedia.*) Rozwiąż równanie  $z^5 + 40z^2 - 69z + 108 = 0$ .

**Zadanie 4.** (*Zadanie 73 z zielonego zbioru.*) Znajdując pierwiastki wielomianu  $z^3 - 3z + 1$  i korzystając z wzorów Viete'a, wykaż że

$$(\cos(20^\circ))^8 + (\cos(40^\circ))^8 + (\cos(80^\circ))^8 = \frac{93}{128}.$$

**Zadanie 5.** (*Zadanie 88 z zielonego zbioru.*) Rozwiąż układ równań:

$$\begin{cases} x^2 + xy + y^2 = 7 \\ xy(x + y) = 6 \end{cases}.$$

**Zadanie 6.** (*Zadanie 76 z zielonego zbioru.*) Udowodnij że  $\cos(\frac{2\pi}{7})$  jest pierwiastkiem wielomianu  $8z^3 + 4z^2 - 4z - 1$ . Znajdź dwa pozostałe pierwiastki.