

PYTANIA EGZAMINACYJNE 1

- 1 Skonstruuuj liczby całkowite z liczb naturalnych. Udowodnij że każda liczba całkowita ma odwrotność ze względu na dodawanie.
- 2 Skonstruuuj liczby wymierne z liczb całkowitych. Udowodnij że każda niezerowa liczba wymierna ma odwrotność ze względu na mnożenie.
- 3 Udowodnij jedyność elementu neutralnego i elementu odwrotnego.
- 4 Zdefiniuj znak permutacji.
- 5 Udowodnij łączność mnożenia splotowego.
- 6 Udowodnij że wszystkie homomorfizmy ciał są iniekcjami.
- 7 Znajdź wszystkie skończone multiplikatywne podgrupy ciała liczb zespolonych.

PYTANIA EGZAMINACYJNE 1

- 8 Korzystając z tego że $\forall a, b \in \mathbb{C} : |a + b| \leq |a| + |b|$, udowodnij że $\forall a, b \in \mathbb{C} : ||a| - |b|| \leq |a - b|$.
- 9 W jaki sposób każde równanie stopnia n da się sprowadzić do równania stopnia n bez członu z potęgą $n - 1$?
- 10 Udowodnij że każdy wielomian zespolony stopnia $n > 0$ jest postaci $a(x - r_1) * \dots * (x - r_n)$, gdzie $a, r_1, \dots, r_n \in \mathbb{C}$ i $a \neq 0$.
- 11 Niech R będzie dowolnym pierścieniem. Udowodnij że $\forall \alpha, \beta \in R[\mathbb{N}] \setminus \{0\} : \deg(\alpha * \beta) \leq \deg(\alpha) + \deg(\beta)$.
- 12 Niech $n \in \mathbb{N} \setminus \{0, 1, 2\}$. Podaj przykład dwóch różnych wielomianów nad $\mathbb{Z}/n\mathbb{Z}$ stopnia n wyznaczających taką samą funkcję wielomianową.
- 13 Udowodnij jedyność największego wspólnego dzielnika wielomianów nad ciałem.
- 14 Jak wyglądają ułamki proste w ciele rzeczywistych funkcji wymiernych a jak w zespolonych?