PYTANIA EGZAMINACYJNE 2

1. Udowodnij że iloraz grup abelowych jest grupą abelową.
2. Udowodnij że odwzorowanie liniowe jest bijekcją wtedy i tylko wtedy gdy jego jądro i kojądro znikają.
3. Podaj przykład surjektywnego homomorfizmu grup abelowych który się nie rozszczepia.
4. Niech $M = K \oplus L$. Udowodnij że dowolny element z M można tylko w jeden sposób napisać jako sumę elementu z K i elementu z L.
5. Udowodnij jednoznaczność rozkładu wektora w bazie.
6. Udowodnij że dowolne odwzorowanie z bazy M w M można jednoznacznie rozszerzyć do endomorfizmu M.
7. Niech $V \neq 0$ będzie przestrzenią wektorową. Podaj przykład zbioru liniowo zależnego rozpinającego V i zredukuj go do bazy V, oraz zbioru liniowo niezależnego nierozpinającego V i rozszerz go do bazy V.

PYTANIA EGZAMINACYJNE 2

8. Udowodnij że nad ciałem jednorodny układ 2 równań liniowych z 3 niewiadomymi ma zawsze niezerowe rozwiązanie.
9. Pokaż że macierz złożenia homomorfizmów jest zmnożeniem macierzy: $M_{KI}(g \circ f) = M_{KJ}(g) M_{JI}(f)$.
10. Niech B i C będą bazami jakiejś przestrzeni wektorowej. Udowodnij że macierz przejścia z B do C jest zawsze odwracalna. Jaka jest jej odwrotność?
11. Udowodnij że przestrzenie wektorowe są izomorficzne $\Leftrightarrow$ mają ten sam wymiar.
12. Niech W będzie podprzestrzenią wektorową skończenie-wymiarowej przestrzeni wektorowej V. Udowodnij że $\dim W = \dim V \Rightarrow W = V$.
13. Podaj przykład injektywnego homomorfizmu grup abelowych którego odwzorowanie transponowane *nie* jest surjektywne.
14. Udowodnij że konstrukcja bazy dualnej nie działa w zastosowaniu do bazy nieskończonej.