

Algebra z geometrią 2012/2013

Seria XIV, 18 III 2013 r.

Zadanie 1. Sprawdź zbieżność macierzowego szeregu potęgowego

$$\sum_{n=2013}^{\infty} \frac{2^{\frac{n}{2}} n!}{n^n} A^n, \quad A := \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \in M_2(\mathbb{C}).$$

Zadanie 2. Oblicz A^{50} i e^A dla

$$A := \begin{pmatrix} 0 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 5 \\ -1 & -2 & -4 \end{pmatrix} \in M_3(\mathbb{C}).$$

Zadanie 3. Oblicz A^n , $n \in \mathbb{N}$, dla

$$A := \begin{pmatrix} 5 & 4 \\ -4 & -3 \end{pmatrix} \in M_2(\mathbb{C}).$$

Zadanie 4. Oblicz

$$\exp \begin{pmatrix} 0 & i & 0 \\ -1 & 0 & 1 \\ 0 & i & 0 \end{pmatrix} \in M_3(\mathbb{C}), \quad \log \begin{pmatrix} 2 & i \\ 0 & 2 \end{pmatrix} \in M_2(\mathbb{C}).$$

Zadanie 5. Oblicz $\exp(tA)$ oraz $\exp(tB)$ dla

$$A := \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \in M_2(\mathbb{C}), \quad B = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \in M_2(\mathbb{C}), \quad t \in \mathbb{R}.$$

Zadanie 6. Oblicz

$$\sin \left(\frac{\pi}{2} \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} \right) \in M_2(\mathbb{C}), \quad \cos \left(\frac{\pi}{2} \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} \right) \in M_2(\mathbb{C}).$$