① Dla endofunktora $Map(\ , \{0,1\})$ kategorii zbiorów udowodnij że:

a) przekształca injekcje w surjekcje,

b) przekształca surjekcje w injekcje

c) tylko injekcje przekształca w surjekcje

d) tylko surjekcje przekształca w injekcje.

② Niech $C(\ , \{0,1\}) : \mathcal{T} \longrightarrow \mathcal{S}$ będzie funktorem z kategorii przestrzeni topologicznych (morfizmy to odwzorowania ciągłe) do kategorii zbiorów zadanym przez wzięcie wszystkich ciągłych odwzorowań do $\{0,1\}$ z topologią dyskretną. Udowodnij że tylko jedna z własności a)-d) jest prawdziwa.

③ Wywnioskuj z twierdzeń o topologii Alexandrowa że kategoria przestrzeni z topologią Alexandrowa (morfizmy to odwzorowania ciągłe) jest <u>izomorficzna</u> z kategorią zbiorów quasi uporządkowanych (morfizmy to odwzorowania monotoniczne).

④ Udowodnij że kategoria zbiorów jest izomorficzna z kategorią dyskretnych przestrzeni topologicznych. (Morfizmy to odpowiednio wszystkie odwzorowania i wszystkie odwzorowania ciągłe.)

⑤ Niech $\mathcal{C}$ będzie kategorią której obiektami są przestrzenie topologiczne a morfizmami dowolne odwzorowania. Udowodnij że $\mathcal{C}$ jest równoważna kategorii zbiorów.

⑥ Udowodnij że kategoria warkoczy nie jest równoważna kategorii niepustych zbiorów skończonych. (Obiekty są takie same, ale morfizmy są odpowiednio warkoczami i odwzorowaniami.)