

① Korzystając z twierdzeń o topologii produktowej udowodnij że przestrzeń Euklidesowa k^n , $n \in \mathbb{N} \setminus \{0\}$, jest topologiczną przestrzenią wektorową dla każdego topologicznego ciała k .
Udowodnij też że każde odwzorowanie liniowe $k^n \rightarrow k^m$, $m, n \in \mathbb{N} \setminus \{0\}$, jest automatycznie ciągłe.

② Udowodnij że każdy ciągły endomorfizm topologicznej grupy \mathbb{R} jest postaci $x \mapsto ax$, $a \in \mathbb{R}$.

③ Udowodnij że G jest topologiczną grupą \Leftrightarrow odwzorowanie $G \times G \rightarrow G$,
 $(x, y) \mapsto xy^{-1}$, jest ciągłe.

④ Podaj przykład grupy z taką topologią że odwzorowanie $G \ni g \mapsto g^{-1} \in G$ jest ciągłe, ale działanie $G \times G \rightarrow G$ nie jest.

⑤ Udowodnij że grupa \mathbb{T} z topologią Alexandrowa swojego naturalnego porządku \leq jest topologicznym monoidem ale nie jest grupą topologiczną.

⑥ Niech V będzie podprzestrzenią wektorową topologicznej przestrzeni wektorowej W . Udowodnij że ilorazowa przestrzeń wektorowa $\frac{W}{V}$ jest topologiczną przestrzenią wektorową względem topologii ilorazowej.