

CIĄGI UOGÓLNIONE W PRZESTRZENIACH ZWARTYCH

- ① Udowodnij że jeśli $\{y_\beta\}_{\beta \in E}$ jest podciągiem uogólnionym ciągu uogólnionego $\{x_\alpha\}_{\alpha \in D}$, to każdy element $\lim_{\beta \in E} y_\beta$ jest punktem zbieżności $\{x_\alpha\}_{\alpha \in D}$.
- ② Udowodnij że podciąg uogólniony podcięgu uogólnionego jest podcięgiem uogólnionym ciągu uogólnionego.
- ③ Udowodnij że przestrzeń topologiczna jest przestrzenią Hausdorffa \Leftrightarrow dla każdego ciągu uogólnionego $\{x_\alpha\}_{\alpha \in D}$ w tej przestrzeni $\lim_{\alpha \in D} x_\alpha$ jest zbiorem co najwyżej jednoelementowym.
- ④ Udowodnij że odwzorowanie $X \xrightarrow{f} Y$ jest ciągłe \Leftrightarrow f ciągu uogólnionego $\{x_\alpha\}_{\alpha \in D}$ zachodzi $f(\lim_{\alpha \in D} x_\alpha) \subseteq \lim_{\alpha \in D} f(x_\alpha)$.