Ryszard Zieliński, IMPAN Warszawa

O PEWNYM MODELU STATYSTYCZNYM W MATEMATYCE FINANSOWEJ

XXXIX Ogólnopolska Konferencja Zastosowań Matematyki
Zakopane-Kościelisko 7 - 14 września 2010 r.

Od czasu do czasu, w nieprzewidywalnych odstępach czasowych, pojawiają się obserwacje mocno odstające od obserwacji typowych

Od czasu do czasu, w nieprzewidywalnych odstępach czasowych, pojawiają się obserwacje mocno odstające od obserwacji typowych

rynki finansowe,

Od czasu do czasu, w nieprzewidywalnych odstępach czasowych, pojawiają się obserwacje mocno odstające od obserwacji typowych

rynki finansowe, ubezpieczenia,

Od czasu do czasu, w nieprzewidywalnych odstępach czasowych, pojawiają się obserwacje mocno odstające od obserwacji typowych

rynki finansowe, ubezpieczenia, ekologia, ...

Od czasu do czasu, w nieprzewidywalnych odstępach czasowych, pojawiają się obserwacje mocno odstające od obserwacji typowych

rynki finansowe, ubezpieczenia, ekologia, ...

Model outlierów ?

Od czasu do czasu, w nieprzewidywalnych odstępach czasowych, pojawiają się obserwacje mocno odstające od obserwacji typowych

rynki finansowe, ubezpieczenia, ekologia, ...

Model outlierów ? autlajerów?

Od czasu do czasu, w nieprzewidywalnych odstępach czasowych, pojawiają się obserwacje mocno odstające od obserwacji typowych

rynki finansowe, ubezpieczenia, ekologia, ...

Model outlierów ? autlajerów?

Model wyskoków?

Od czasu do czasu, w nieprzewidywalnych odstępach czasowych, pojawiają się obserwacje mocno odstające od obserwacji typowych

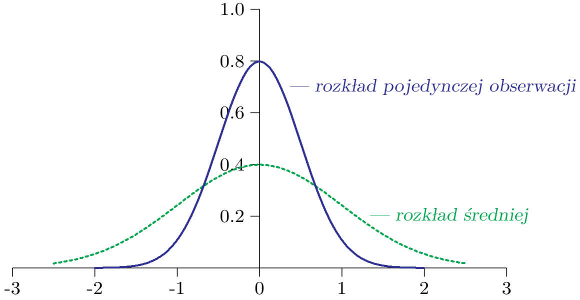
rynki finansowe, ubezpieczenia, ekologia, ...

Model outlierów ? autlajerów?

Model wyskoków?

Rozkłady eksplodujące (explosive distributions) ?

Formalizacja 1.



$$\frac{1}{n}(X_1 + X_2 + \ldots + X_n) \stackrel{D}{=\!=} n^{1/\alpha - 1} X$$

$$\frac{1}{n}(X_1 + X_2 + \ldots + X_n) \stackrel{D}{=\!=} n^{1/\alpha - 1} X$$

Rozkłady α-stabilne ,

$$\frac{1}{n}(X_1 + X_2 + \ldots + X_n) \stackrel{D}{=} n^{1/\alpha - 1} X$$

Rozkłady α-stabilne , ale też na przykład

$$f(x) = \frac{1}{\left(e^2 + |x|\right)\left[ln\left(e^2 + |x|\right)\right]^2}$$

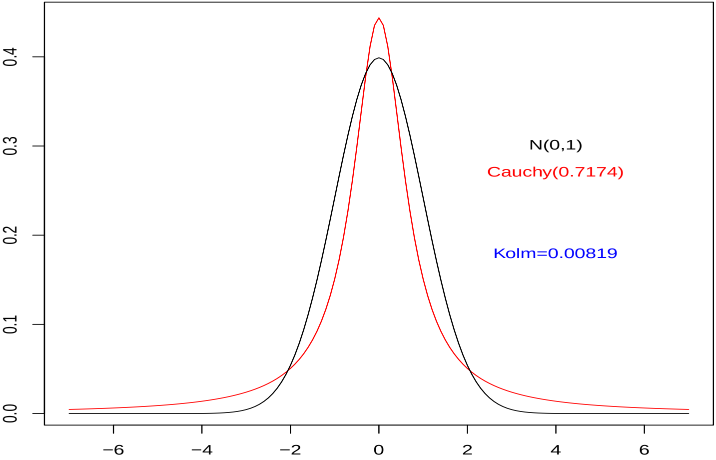
$$f(x) = \frac{1}{\left(e^2 + |x|\right)\left[ln\left(e^2 + |x|\right)\right]^2}$$

„the sum of a sample of n values of X spreads out faster than any power of n"

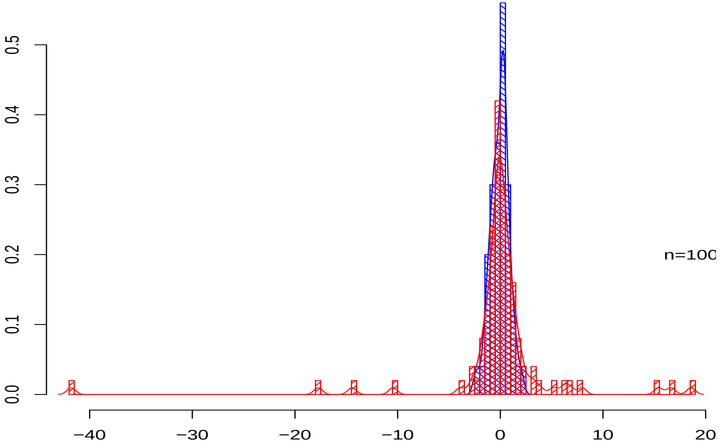
$$f(x) = \frac{1}{(e^2 + |x|)\left[ln\left(e^2 + |x|\right)\right]^2}$$

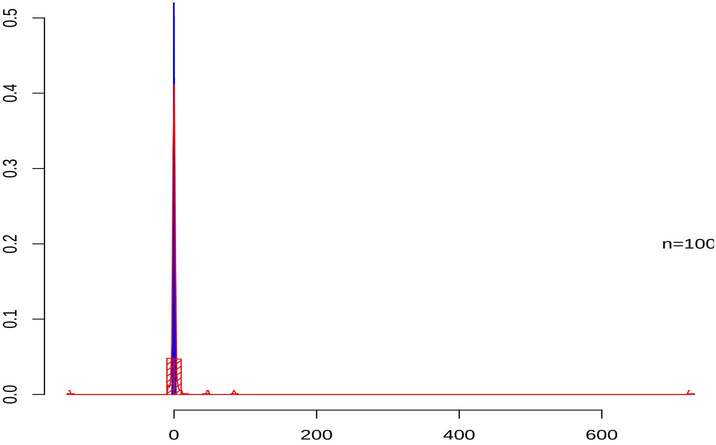
„the sum of a sample of n values of X spreads out faster than any power of n"

G.W.Brown, J.W.Tukey (**1946**): Some distributions of sample means. *Annals of Mathematical Statistics 17, 1-12*

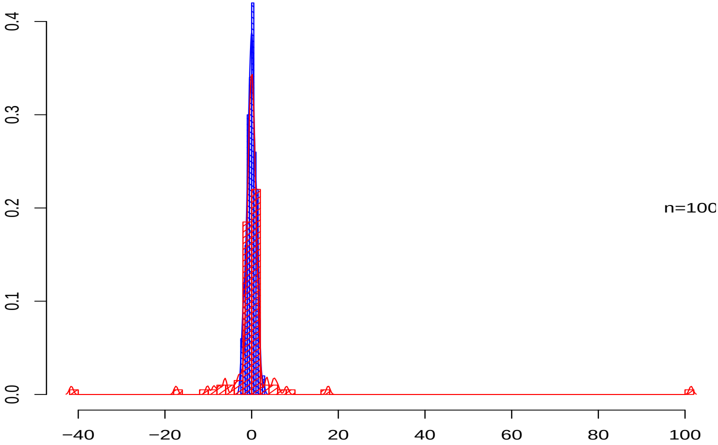


N(0,1)
Cauchy(0.7174)
Kolm=0.00819
0.0
0.1
0.2
0.3
0.4
−6
−4
−2
0
2
4
6

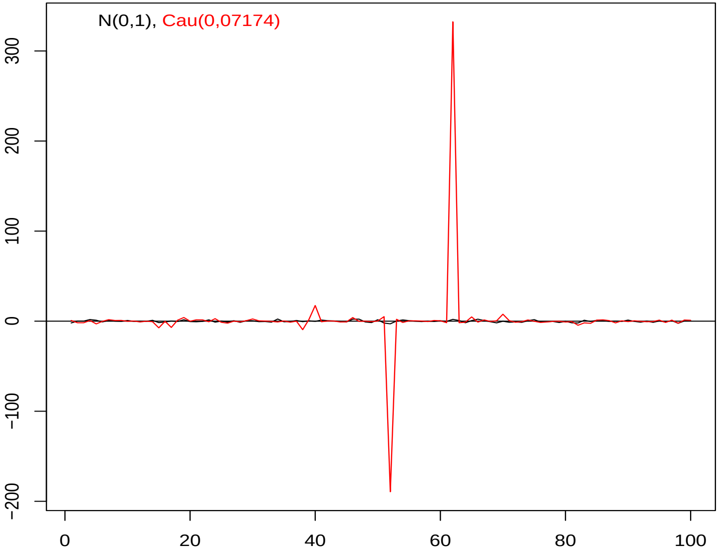

0.0
0.1
0.2
0.3
0.4
0.5
−40
−30
−20
−10
0
10
20
n=100



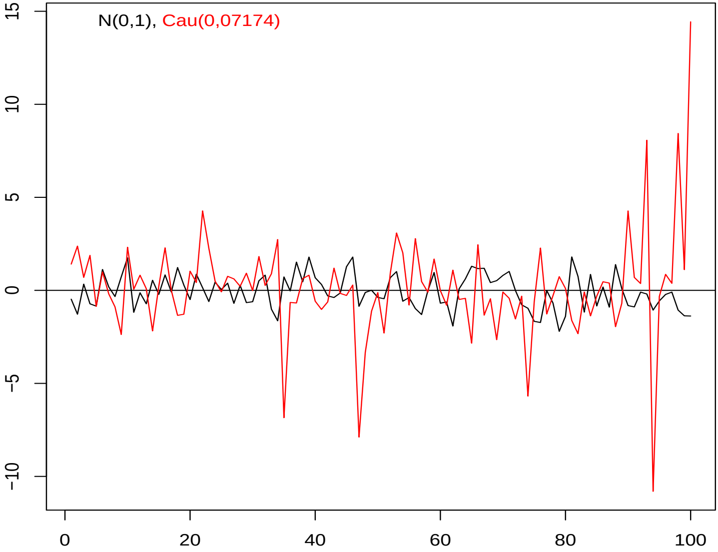
0.0
0.1
0.2
0.3
0.4
0.5
0
200
400
600
n=100



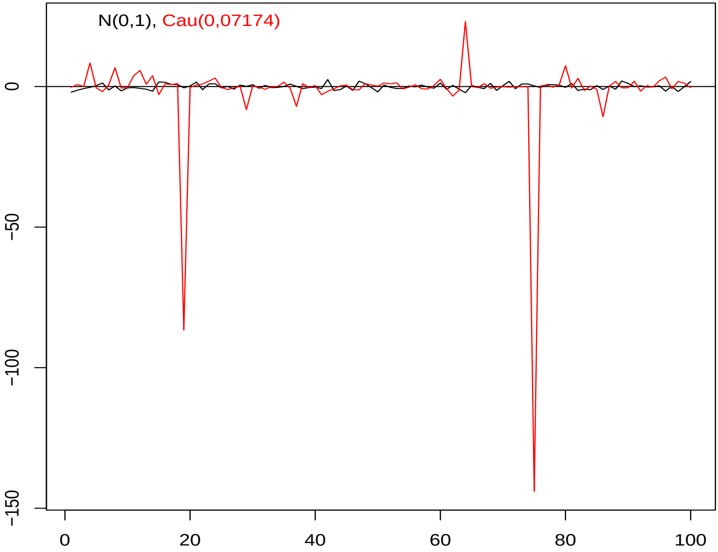
0.0
0.1
0.2
0.3
0.4
−40
−20
0
20
40
60
80
100
n=100



N(0,1), Cau(0,07174)
300
200
100
0
−100
−200
0
20
40
60
80
100

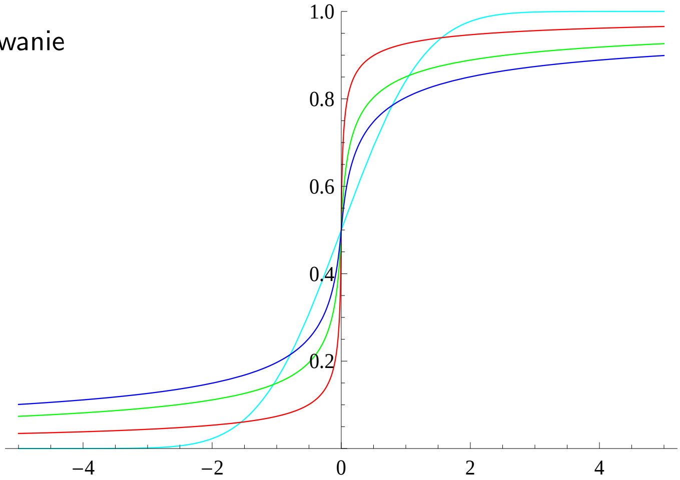


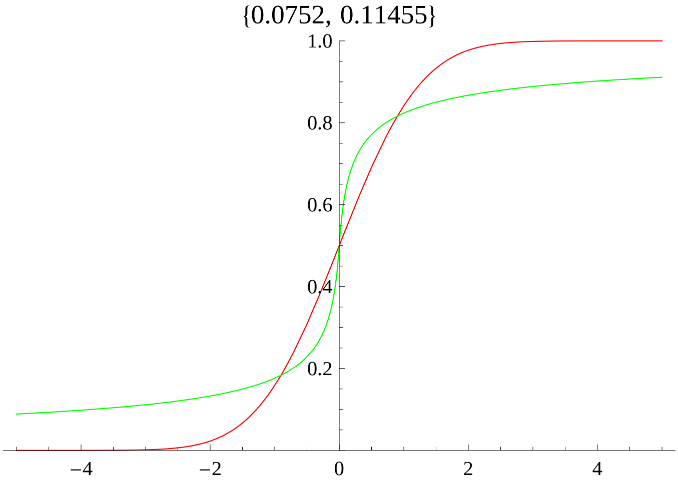
N(0,1), Cau(0,07174)
15
10
5
0
−5
−10
0
20
40
60
80
100

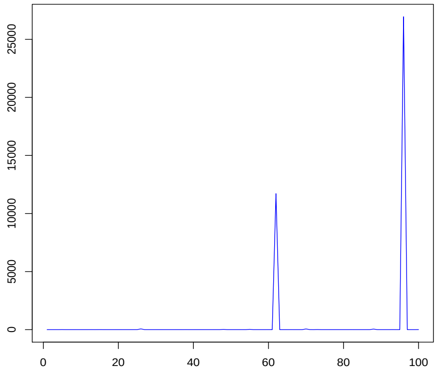

N(0,1), Cau(0,07174)
0
−50
−100
−150
0
20
40
60
80
100

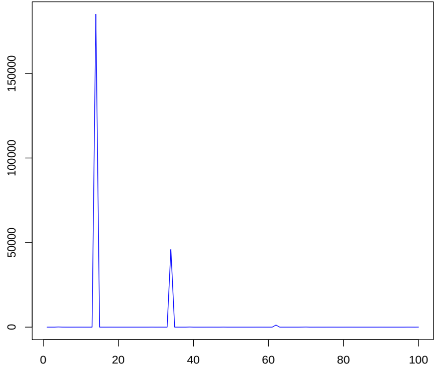
Lèvy Distribution

Skalowanie

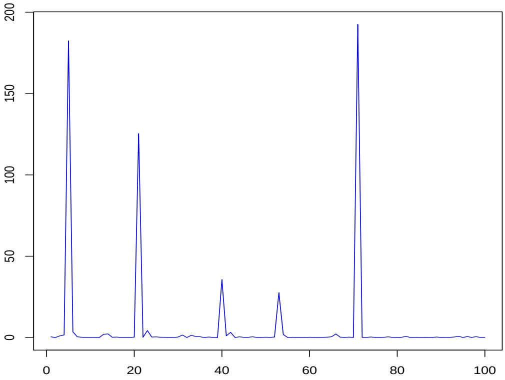



{0.0752, 0.11455}
1.0
0.8
0.6
0.4
0.2
−4
−2
0
2
4


0
5000
10000
15000
20000
25000
0
20
40
60
80
100

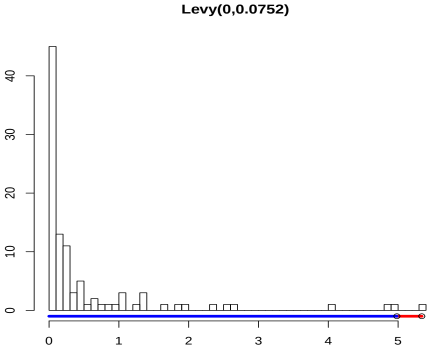


150000
100000
50000
0
0
20
40
60
80
100



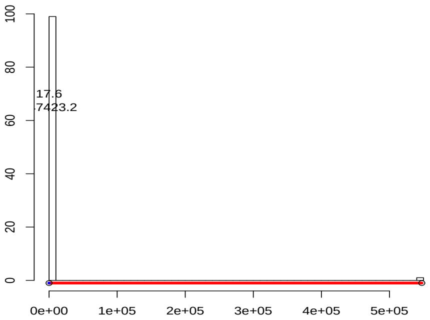
0
50
100
150
200
0
20
40
60
80
100

Ale…

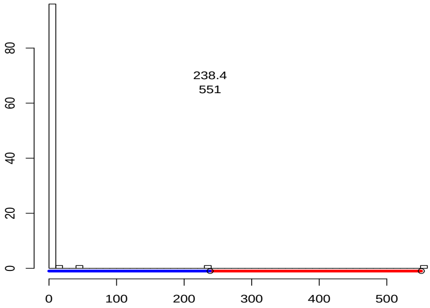


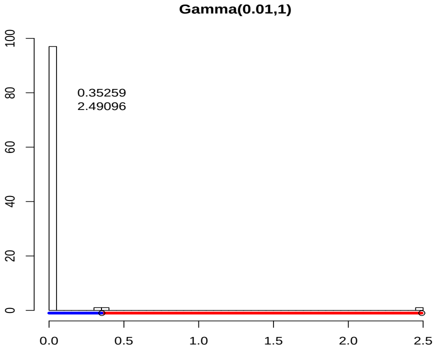
Levy(0,0.0752)
0
10
20
30
40
0
1
2
3
4
5

Levy(0,0.0752)

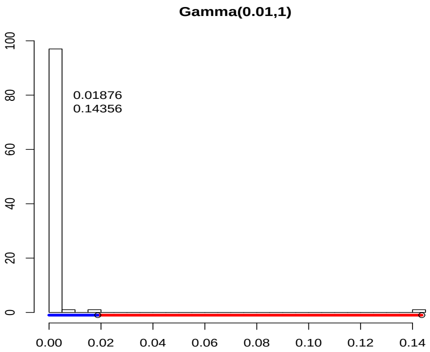


Levy(0,0.0752)

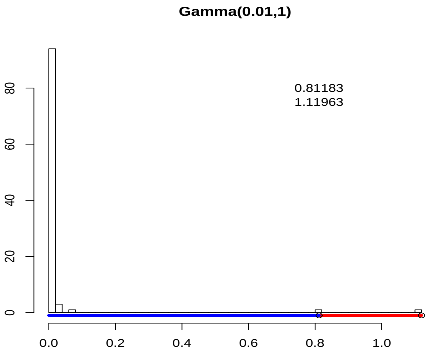


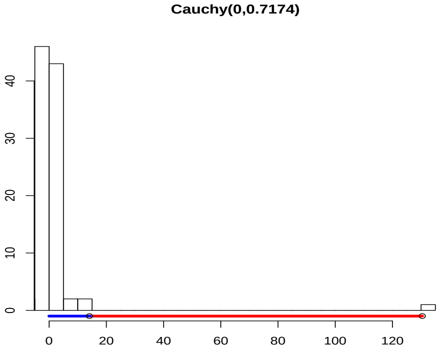


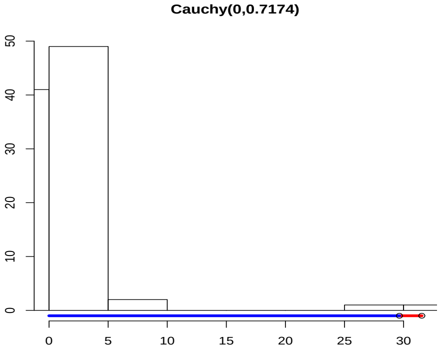
Gamma(0.01,1)
0.35259
2.49096
100
80
60
40
20
0
0.0
0.5
1.0
1.5
2.0
2.5

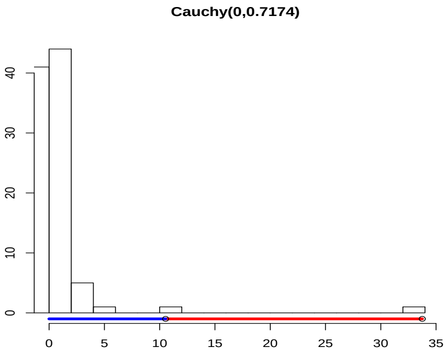


Gamma(0.01,1)
0.01876
0.14356
0
20
40
60
80
100
0.00
0.02
0.04
0.06
0.08
0.10
0.12
0.14


Gamma(0.01,1)
0.81183
1.11963
0
20
40
60
80
0.0
0.2
0.4
0.6
0.8
1.0


Cauchy(0,0.7174)
0
10
20
30
40
0
20
40
60
80
100
120


Cauchy(0,0.7174)
0
10
20
30
40
50
0
5
10
15
20
25
30


Cauchy(0,0.7174)
0
10
20
30
40
0
5
10
15
20
25
30
35

Wskaźnik Neymana

$$\{X_{n:n} - X_{n-1:n} > k(X_{n-1:n} - X_{1:n})\}$$

$\mathcal{P}$ - a family of OPD's:

$$\forall(n \geqslant 3)\forall(k > 1)\forall(\varepsilon > 0)\exists(P \in \mathcal{P})$$

$$P\{X_{n:n} - X_{n-1:n} > k(X_{n-1:n} - X_{1:n})\} > 1 - \varepsilon$$

Jerzy Neyman and Elizabeth L. Scott (**1971**): Outlier proneness of phenomena and of related distributions. In *Optimizing Methods in Statistics, ed. J.S.Rustagi*, Proceedings of a Symposium Held at the Center for Tomorrow. The Ohio State University, June 14-16, 1971

Rodziny OPD's:

Rodziny OPD's:

$$\{Cau(\mu, \lambda), -\infty < \mu < \infty, \lambda > 0\}, \qquad \text{NIE}$$

Rodziny OPD's:

$$\{Cau(\mu, \lambda), -\infty < \mu < \infty, \lambda > 0\}, \qquad \text{NIE}$$

$$\{Levy(\mu, \lambda), -\infty < \mu < \infty, \lambda > 0\}, \qquad \text{NIE}$$

Rodziny OPD's:

$$\{Cau(\mu, \lambda), -\infty < \mu < \infty, \lambda > 0\}, \qquad \text{NIE}$$

$$\{Levy(\mu, \lambda), -\infty < \mu < \infty, \lambda > 0\}, \qquad \text{NIE}$$

$$\{Gamma(\alpha, \lambda) = \frac{1}{\lambda^{\alpha}\Gamma(\alpha)} x^{\alpha-1} e^{-x/\lambda}, \alpha > 0, \lambda > 0\}, \qquad \text{TAK}$$

Rodziny OPD's:

$$\{Cau(\mu, \lambda), -\infty < \mu < \infty, \lambda > 0\}, \qquad \text{NIE}$$

$$\{Levy(\mu, \lambda), -\infty < \mu < \infty, \lambda > 0\}, \qquad \text{NIE}$$

$$\{Gamma(\alpha, \lambda) = \frac{1}{\lambda^\alpha \Gamma(\alpha)} x^{\alpha-1} e^{-x/\lambda}, \alpha > 0, \lambda > 0\}, \qquad \text{TAK}$$

Rodzina rozkładów α-stabilnych, $0 < \alpha \leqslant 2$, ???

STATYSTYKA ???