

dr hab. Krystyna Ziętak

Politechnika Wroclawska, Instytut Matematyki i Informatyki

## Zastosowanie aproksymacji Padégo do wyznaczania funkcji macierzowych

W ostatnich latach wzrosło zainteresowanie algorytmami obliczania funkcji macierzowych i ich zastosowaniami (zob. [3]). W referacie zajmujemy się iteracyjnymi metodami wyznaczania macierzowych funkcji *signum* i *sector*.

Dla naturalnej liczby  $p$  i nieosobliwej macierzy  $A \in \mathbb{C}^{n \times n}$ , która nie ma wartości własnych z argumentami  $(2k + 1)\pi/p$  dla  $k = 0, 1, \dots, p - 1$ , macierzowa funkcja *sector* może być określona w następujący sposób:  $\text{sect}_p(A) = A(A^p)^{-1/p}$ , gdzie  $X^{1/p}$  oznacza  $p$ -ty pierwiastek główny macierzy  $X$  (zob. [3]). Dla  $p = 2$  funkcja *sector* jest funkcją *sign*.

Rozważane przez nas iteracyjne metody wyznaczania funkcji *sign* i *sector* bazują na aproksymacji Padégo pewnych funkcji hipergeometrycznych (zob. [5], [6]). W [1] i [2] badaliśmy własności tych aproksymacji Padégo, co było niezbędne do dowodu sformułowanych w [6] pewnych hipotez o obszarach zbieżności tych metod iteracyjnych.

W [1] udowodniliśmy, że rozważany przez Kenneya i Lauba w [5] obszar jest wspólnym obszarem zbieżności dla iteracji generowanych przez całą tablicę Padégo dla funkcji *sign*. W tym celu w [1] zlokalizowaliśmy bieguny interesujących nas aproksymacji Padégo i udowodniliśmy, że rozwinięcie w szereg potęgowy odwrotności mianowników tych aproksymacji ma wszystkie współczynniki dodatnie. Ten ostatni wynik jest wkładem w zapoczątkowane w 1928 r. przez T. Kałużę badania znaków współczynników rozwinięć w szeregi potęgowe odwrotności pewnych szeregów.

Uzyskane w [1] wyniki umożliwiły również udowodnienie w [2] hipotezy z [6] określającej obszar zbieżności dla całej rodziny iteracji Padégo dla funkcji *sector*.

W referacie pokazujemy też zachowywanie pewnych struktur macierzy przez iteracje dla funkcji *sector*, generowane przez aproksymacje z głównej przekątnej tablicy Padégo (zob. [6]). Jest to uogólnienie analogicznego wyniku uzyskanego dla *sign* w [4].

### Literatura

- [1] O. Gomilko, F. Greco, K. Ziętak, *A Padé family of iterations for the matrix sign function and related problems*, Numer. Lin. Alg. Appl. (2011), DOI: 10.1002/nla.786.
- [2] O. Gomilko, D. B. Karp, M. Lin, K. Ziętak, *Regions of convergence of a Padé family of iterations for the matrix sector function and the matrix  $p$ -th root*, submitted.
- [3] N. J. Higham, *Functions of a Matrix: Theory and Computation*, SIAM, Philadelphia, 2008.
- [4] N. J. Higham, D. S. Mackey, N. Mackey, F. Tisseur, *Computing the polar decomposition and the matrix sign decomposition in matrix groups*, SIAM J. Matrix Anal. Appl. 25 (2004), 1178–1192.
- [5] Ch. S. Kenney, A. J. Laub, *Rational iterative methods for the matrix sign function*, SIAM J. Matrix Anal. Appl. 12 (1991), 273–291.
- [6] B. Laszkiewicz, K. Ziętak, *A Padé family of iterations for the matrix sector function and the matrix  $p$ -th root*, Numer. Lin. Alg. Appl. 16 (2009), 951–970.