

prof. nzw. dr hab. inż. Wiesław Grzesikiewicz
 Instytut Pojazdów Politechniki Warszawskiej
 dr inż. Piotr Piórkowski
 Instytut Maszyn Roboczych Ciężkich Politechniki Warszawskiej
 prof. nzw. dr hab. inż. Artur Zbiciak
 Instytut Dróg i Mostów Politechniki Warszawskiej

Zagadnienie Cauchy'ego ułamkowego rzędu w zadaniach mechaniki i elektrotechniki

Rozważamy zagadnienie Cauchy'ego ułamkowego rzędu określone relacjami

$$\eta D^\alpha x(t) = f(t, x(t)), \quad t \in [0, t_k), \quad x(0) = 0,$$

jeśli

$$D^\alpha x(t) := \frac{1}{\Gamma(1-\alpha)} \int_0^t \frac{x'(\tau)}{(t-\tau)^\alpha} d\tau, \quad \alpha \in (0, 1),$$

przy czym $f : \mathbb{R}^1 \times \mathbb{R}^1 \rightarrow \mathbb{R}^1$.

Ogólniejsze zadanie, to znaczy dla $\alpha \in \mathbb{R}_+^1 \setminus \{1\}$, przedstawił A. Wakulicz podczas XXXVIII KZM. W niniejszej pracy podamy numeryczną metodę rozwiązania powyższego zagadnienia zaproponowaną przez A. Wakulicza. Przedstawimy fizyczną interpretację operatora D^α , $\alpha \in (0, 1)$, w zakresie mechaniki do modelowania nieklasycznych materiałów o właściwościach sprężysto-dyssypacyjnych oraz w zakresie elektrotechniki do modelowania nieklasycznych elementów pojemnościowo-rezystancyjnych. Przedstawimy przykłady użycia wspomnianej metody numerycznej do wyznaczania rozwiązania równania nieliniowego

$$\varphi(x'(t)) + \eta D^\alpha x(t) = f(t, x)$$

lub równania z nierównością wariacyjną

$$T(t) + \eta D^\alpha x(t) = f(t, x(t)),$$

$$T(t) \in [-T_0, +T_0], \quad x'(t)(T(t) - \tilde{T}) \geq 0 \quad \forall \tilde{T} \in [-T_0, T_0],$$

które znajduje zastosowanie w mechanice i elektrotechnice.

Zagadnienia związane z użyciem rachunku różniczkowego ułamkowego rzędu do modelowania akumulatora elektrycznego i superkondensatora rozpatrywano w ramach projektu finansowanego ze środków NCN (na podstawie decyzji DEC-2011/01/B/ST8/06822).

Bibliografia

- [1] R. L. Bagley, P. J. Torvik, *On the fractional calculus model of viscoelastic behavior*, Journal of Rheology 30 (1986), 133–155.
- [2] W. Grzesikiewicz, A. Wakulicz, A. Zbiciak, *Non-linear problems of fractional calculus in modeling of mechanical systems*, International J. of Mechanical Sciences 70 (2013), 90–98.
- [3] T. Kaczorek, *Selected Problems of Fractional Systems Theory*, Springer, Berlin-Heidelberg 2011.
- [4] F. Mainardi, R. Gorenflo, *Time-fractional derivatives in relaxation processes: a tutorial survey*, Fractional Calculus and Applied Analysis 10 (2007), 269–308.
- [5] I. Podlubny, *Fractional Differential Equations*, Mathematics in Science and Engineering 198, Academic Press, 1999.