mgr Jakub Kierzkowski
prof. nzw. dr hab. Alicja Smoktunowicz
dr inż. Iwona Wróbel
Politechnika Warszawska, Wydział Matematyki i Nauk Informacyjnych

Iteracyjne poprawianie z relaksacją dla równań macierzowych

W referacie zostaną omówione wyniki badań metody iteracyjnego poprawiania z relaksacją (IR(ω)) zastosowanej do rozwiązywania układów równań liniowych, równań macierzowych postaci $AX = B$ i równania Sylvestera $AX - XB = C$.

Dla układów równań liniowych iteracyjne poprawianie z relaksacją przebiega według poniższego schematu. Dany jest parametr $\omega > 0$. Niech x_0 będzie rozwiązaniem otrzymanym przy użyciu algorytmu S.

Dla $k = 0, 1, \ldots$

- oblicz $r_k = b - Ax_k$,
- rozwiąż $Ap_k = r_k$ dla p_k algorytmem S,
- uaktualnij $x_{k+1} = x_k + \omega\, p_k$.

Dla ustalonego $\omega > 0$ jest to metoda stacjonarna i zachodzi $p_k = A^{-1}r_k = x_* - x_k$, więc $x_{k+1} - x_* = (1-\omega)(x_k - x_*)$, $k = 0, 1, \ldots$, gdzie x^* jest dokładnym rozwiązaniem $Ax = b$. Ciąg $\{x_k\}$ jest zbieżny dla ustalonego x_0 wtedy i tylko wtedy gdy $0 < \omega < 2$. Dla $\omega = 1$ jest to klasyczne iteracyjne poprawianie (metoda iteracyjnego poprawiania Wilkinsona). Wówczas $x_1 = x^*$, po jednym kroku otrzymujemy dokładne rozwiązanie x^* układu $Ax = b$.

Algorytm IR(ω) był analizowany w pracy [2] przy założeniu, że do obliczania wektorów reszt r_k używa się zwiększonej precyzji obliczeń. X. Wu i Z. Wang jako algorytm S rozważali jedynie metodę eliminacji Gaussa.

W referacie przedstawione zostaną wyniki analizy algorytmu IR(ω), będące uogólnieniem wyników z pracy [1]. Omówione zostaną też wyniki testów numerycznych wpływu parametru ω na własności metody IR(ω), przy założeniu, że wszystkie obliczenia prowadzone są z tą samą precyzją.

Bibliografia

[1] M. Jankowski, H. Woźniakowski, *Iterative refinement implies numerical stability*, BIT 17 (1977), 303–311.

[2] X. Wu, Z. Wang, *A new iterative refinement with roundoff error analysis*, Numer. Linear Algebra Appl. 18 (2011), 275–282.