dr inż. Adam Deptuła
Politechnika Opolska
E-mail: a.deptula@po.opole.pl

Minimalne pokrycie zbioru dla kompleksowych struktur rozgrywających parametrycznie

W strukturach drzewiastych rozgrywających parametrycznie związek rangi ważności wierzchołków (stanów) związany jest z wysokością struktury drzewiastej [1, 2]. W dalszym etapie budowane są kompleksowe struktury parametryczne przez nałożenie wszystkich struktur parametrycznych- na strukturę rozgrywającą od ustalonego wierzchołka (bazową). W procesie optymalizacji ważne jest wyznaczenie węzła pełnego struktury opisującego kompleksowy proces decyzyjny.

Przykład 1.

Dla grafu zależności G (Rys. 1a), składającego się ze zbioru wierzchołków

$$Q = \{Q_1, Q_2, Q_3, Q_4, Q_5, Q_6, Q_7, Q_8, Q_9\}$$

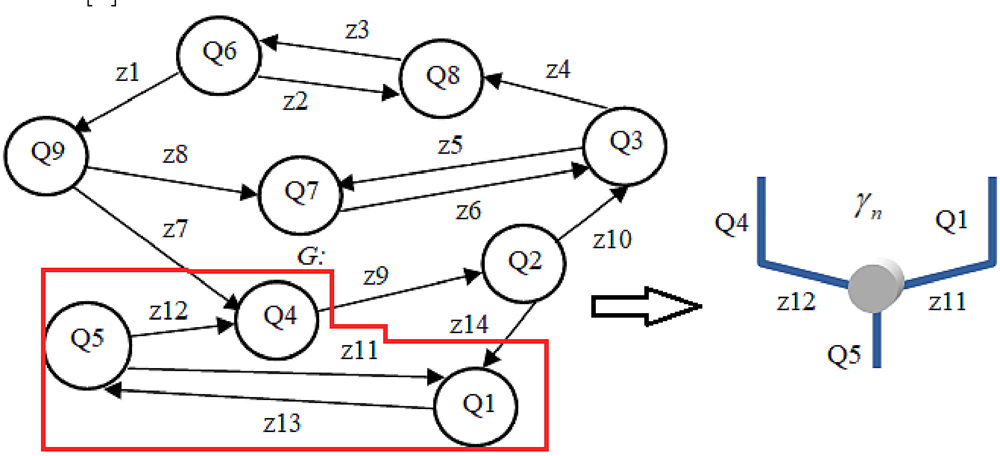
oraz ze zbioru krawędzi

$$Z = \{z_1, z_2, z_3, z_4, z_5, z_6, z_7, z_8, z_9, z_{10}, z_{11}, z_{12}, z_{13}\}$$

istnieje zbiór struktur rozgrywających parametrycznie

$$D = \{G^{++}_{Q1}, G^{++}_{Q2}, G^{++}_{Q3}, G^{++}_{Q4}, G^{++}_{Q5}, G^{++}_{Q6}, G^{++}_{Q7}, G^{++}_{Q8}, G^{++}_{Q9}\}.$$

W wyniku syntezy otrzymuje się zbiór kompleksowych struktur rozgrywających parametrycznie [2].



Rys. 1 a) Graf rozgrywający parametrycznie G; b) węzeł pełny γ_n

Graf przedstawiony na rysunku 1 zastosowano m.in. do analizy właściwości dynamicznych układu hydraulicznego [1]. Dla grafu istnieje jeden węzeł pełny γ_n (Rys. 1b) opisujący strukturę G^{++}_{Q5}. Ponieważ dla grafu może być n węzłów pełnych, należy określić *pokrycia minimalne zbioru*. Problem minimalnego pokrycia polega na wyznaczeniu wszystkich pokryć minimalnych, a następnie na wybraniu z nich pokrycia najmniej licznego. Definiuje się skończony zbiór wierzchołków W oraz zbiór podzbiorów wierzchołków W_k tego zbioru $(k = 1, \ldots, K)$, spełniający warunek $\bigcup_{k=1}^{K} W_k = W$. W celu wyznaczenia pokryć minimalnych dla struktur parametrycznych zbiór W oraz podzbiory W_k można zapisać w postaci macierzy binarnej $\Gamma = [\gamma_{ik}]_{n\times K}$, $n = |W|$, $K = |\{W_k\}|$, gdzie: $\gamma_{ik} = 1$, gdy element w_i należy do W_k; 0 w przeciwnym wypadku [2].

Elementy struktury parametrycznej wchodzącej w skład węzła można traktować wówczas jako stałe boolowskie dwuelementowej algebry Boole'a [3, 4]. Jeśli z każdym podzbiorem W_k związać zmienną boolowską v_k, to istnieje binarny K-wymiarowy wektor binarnych zmiennych boolowskich $v^{(K)} = \langle v_1, \ldots, v_k, \ldots, v_K\rangle$, który jest jednoznacznie określony za pomocą ciągów znaków $(^k \ldots q_r \ldots)^k$ oraz $(^{k+1} \ldots)^{k+1}$ na strukturze rozgrywającej parametrycznie. Zatem dla określonej macierzy Γ może być określona na zbiorze $V^{(K)}$ odpowiednia funkcja boolowska $f(v^{(K)}$ przyjmująca na zbiorze $V_1^{(K)}$ wartość 1 dla węzła pełnego.

Literatura

[1] A. Deptuła, M. Partyka, *Application of dependence graphs and game trees for decision decomposition for machine systems*, Journal of Automation, Mobile Robotics & Intelligent Systems 5 (2011), No. 3, 17–26.

[2] B. Korzan, *Elementy teorii grafów i sieci. Metody i zastosowania*, WNT, Warszawa 1978.

[3] K. Kuratowski, A. Mostowski, *Teoria mnogości wraz ze wstępem do opisowej teorii mnogości*, wyd. 3, Monografie Matematyczne, Państwowe Wydawnictwo Naukowe (PWN), Warszawa 1978.

[4] M. A. Partyka, *An application of structural Boolean decisions to the CAD of mechanical systems*, AMSE Model. Simul. Contr. 17, No. 4, 1988.