

1. Znaleźć rząd macierzy:

$$(a) \begin{bmatrix} 1 & -2 & 3 & 9 \\ -1 & 3 & 0 & -4 \\ 2 & -5 & 5 & 17 \end{bmatrix}$$

$$(b) \begin{bmatrix} 1 & 0 & -2 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & -3 & 1 & 3 \\ -2 & -1 & 1 & -1 & 3 \\ 0 & 3 & 9 & 0 & -12 \end{bmatrix}$$

$$(c) \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 2 & 1 \\ 3 & 1 & 1 & 3 & 2 \\ -1 & -3 & -1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$(d) \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 4 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

2. Wyznaczyć rząd macierzy

$$\begin{bmatrix} a & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & a & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & a & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & a & 1 \end{bmatrix}$$

w zależności od parametru  $a \in \mathbb{R}$

3. Wyznaczyć rząd macierzy

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 & 1 \\ 5 & 1 & 2 & 1 \\ 4 & -1 & a & 0 \\ 3 & a & 4 & -1 \end{bmatrix}$$

w zależności od parametru  $a \in \mathbb{R}$

4. Policzyc wyznaczniki macierzy:

$$(a) \begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 2 \\ 2 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$(b) \begin{bmatrix} 2 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 2 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & 2 \end{bmatrix}$$

5. Policzyc wyznaczniki:

$$(a) \begin{bmatrix} 0 & x_1 & x_2 & \cdots & x_n \\ x_1 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ x_2 & 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ x_n & 0 & \cdots & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$(b) \begin{bmatrix} a & 0 & 0 & 0 & 0 & b \\ 0 & a & 0 & 0 & b & 0 \\ 0 & 0 & a & b & 0 & 0 \\ 0 & 0 & c & d & 0 & 0 \\ 0 & c & 0 & 0 & d & 0 \\ c & 0 & 0 & 0 & 0 & d \end{bmatrix}$$

6. Policzyc wyznacznik macierzy

$$\begin{bmatrix} \lambda & -1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & \lambda & -1 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & 0 & \ddots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & \cdots & & 0 & \lambda & -1 \\ a_n & a_{n-1} & \cdots & a_3 & a_2 & \lambda + a_1 \end{bmatrix}$$

7. Niech  $A \in M_n(\mathbb{Z})$  będzie macierzą odwracalną. Kiedy  $A^{-1} \in M_n(\mathbb{Z})$  ?