1. Niech

   (a)

$$\begin{aligned}
&X = \Big\{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbb{R}^3 \mid x_1 - 3x_2 = 3, x_3 + x_2 = 5\Big\}\\
&\alpha : X \times X \ni \Big((x_1, x_2, x_3), (y_1, y_2, y_3)\Big) \longrightarrow y_2 - x_2 \in \mathbb{R}\\
&\beta : X \times \mathbb{R} \ni \Big((x_1, x_2, x_3), s\Big) \longrightarrow (x_1 + 3s, x_2 + s, x_3 - s) \in \mathbb{R}^3,
\end{aligned}$$

   (b)

$$\begin{aligned}
&X = \Big\{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbb{R}^3 \mid x_1 - 2x_2 + x_3 = 1\Big\}\\
&\alpha : X \times X \ni \Big((x_1, x_2, x_3), (y_1, y_2, y_3)\Big) \longrightarrow (x_3 - y_3, y_2 - x_2) \in \mathbb{R}^2\\
&\beta : X \times \mathbb{R}^2 \ni \Big((x_1, x_2, x_3), (s, t)\Big) \longrightarrow (x_1 + s + 2t, x_2 + t, x_3 - s) \in \mathbb{R}^3.
\end{aligned}$$

   Sprawdzić, czy im$\beta \subset X$ oraz czy $(X, \mathbb{R}, \alpha, \beta)$ $((X, \mathbb{R}^2, \alpha, \beta))$ jest przestrzenią afiniczną.

2. Zbadać afiniczną niezależność punktów z przestrzeni afinicznej:
   (a) $(2, 4, -3), (0, 3, 7), (4, 0, 2) \in \mathbb{R}^3$,
   (b) $(-1, 1, 0, 1), (0, 0, 2, 0), (3, 1, -5, -4), (-2, -2, 3, 3) \in \mathbb{R}^4$,
   (c) $(0, 1, 2), (2, 5, -1), (-1, 1, 0) \in \mathbb{R}^3$.

3. W przestrzeni afinicznej $\mathbb{R}^3$ dany jest układ bazowy

$$\Big((1, -1, 2); (3, 1, 0), (0, 1, -1), (3, 2, 1)\Big).$$

   Zaleźć punkt $x \in \mathbb{R}^3$, którego współrzędne w układzie bazowym są równe $3, 1, 2$.

4. Sprawdzić, że punkty $a = (3, 2, 1), a_1 = (2, 0, 1), a_2 = (-1, 1, 3), a_3 = (4, 7, -2) \in \mathbb{R}^3$ są afinicznie niezależne. Znaleźć współrzędne punktu $(1, -5, 4)$ w układzie bazowym $(a; \overrightarrow{aa_1}, \overrightarrow{aa_2}, \overrightarrow{aa_3})$

5. Wykazać, że zbiór
   (a) $Y_2 = \{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbb{R}^3 \mid 2x_1 + x_2 - 5x_3 = 7\}$,
   (b) $Y_1 = \{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbb{R}^3 \mid x_1 - 3x_2 + x_3 = 1, x_1 - x_3 = 2\}$

   jest podprzestrznią afiniczną $\mathbb{R}^3$. Podać jej kierunek.

6. Napisać równanie hiperpłaszczyzny w przestrzeni afinicznej $\mathbb{R}^4$ przechodzacej przez punkty $A = (2, 0, 0, 0), B = (0, -3, 0, 0), C = (0, 0, 4, 0), D = (0, 0, 0, 6)$.

7. Napisać równanie hiperpłaszczyzny w przestrzeni afinicznej $\mathbb{R}^4$, wyznaczonej przez prostą

$$l_1 = \Big\{(x_1, x_2, x_3, x_4) \in \mathbb{R}^4 \mid x_1 = -t, x_2 = 1 + 2t, x_3 = 3 + 5t, x_4 = 2 + t, \ t \in \mathbb{R}\Big\}$$

   oraz prostą l_2 zawierająca punkty $(2, 0, -4, 3), (-1, 2, 7, -4)$.

8. Niech podprzestrzeń afiniczna Y w $\mathbb{R}^3$ będzie zadana przez układ równań

$$\begin{aligned} 2x_1 + 3x_2 - 3x_3 &= 2 \\ -x_1 + 3x_2 + x_3 &= 1. \end{aligned}$$

   Sprawdzić, że jest to podprzestrzeń wymiaru 1, oraz napisać równania podprzestrzeni afinicznej wymiaru 1 równoległej do Y i przechodzacej przez punkt $A = (2, 0, 1)$.

9. Niech podprzestrzeń afiniczna Y w $\mathbb{R}^4$ będzie zadana przez równanie

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 2.$$

   Sprawdzić ,że jest to podprzestrzeń wymiaru 3 oraz napisać

   (a) równania podprzestrzeni afinicznej wymiaru 3 równoległej do Y i przechodzącej przez punkt $A = (2, 0, 1, -1)$,

   (b) równania dwóch róznych podprzestrzeni afinicznych wymiaru 2 równoległych do Y i przechodzacych przez punkt $A = (2, 0, 1, -1)$,

   (c) równania dwóch różnych podprzestrzeni afinicznych wymiaru 1 równoległych do Y i przechodzacych przez punkt $A = (2, 0, 1, -1)$.

10. Napisać równania parametryczne podprzestrzeni znalezionych w zadaniu wcześniejszym.