1. Podać sygnatury form z ostatniego zadania z zestawu 9.

2. Niech $f : (X_1, V_1) \longrightarrow (X_2, V_1)$ będzie odwzorowaniem afinicznym. Niech $\phi : V_1 \longrightarrow V_2$ będzie odwzorowaniem liniowym wyznaczonym przez f. Wykazać, że
   (a) f - iniekcja $\Leftrightarrow$ ϕ - iniekcja,
   (b) f - suriekcja $\Leftrightarrow$ ϕ - suriekcja,
   (c) f - izomorfizm $\Leftrightarrow$ ϕ - izomorfizm.

3. Wykazać, że odwzorowanie
$$f : \mathbb{R}^3 \ni (x, y, z) \longrightarrow (x + y - 6, x + y + z + 5) \in \mathbb{R}^2$$
jest afiniczne. Wskazać jego część liniową.

4. Niech $V = \{(x_1, x_2, x_3, x_4) \in \mathbb{R}^4 \mid x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 1\}$' oraz
$$f : V \ni (x_1, x_2, x_3, x_4) \longrightarrow (2x_1 - 2 + x_2, x_2 + 1, x_3 + x_4) \in \mathbb{R}^4.$$
Znaleźć macierz odwzorowania liniowego ϕ wynzaczonego przez f w wybranych bazach.

5. Niech Λ będzie rzeczywistą przestrznią afiniczną. Zbiór $A \subset \Lambda$ nazywamy zbiorem wypukłym, jeżeli dla dowolnych punktów $x, y \in \Lambda$ odcinek $[x, y] \subset A$. Wykazać że:
   (a) jeżeli $\{A_i\}_{i \in I}$ jest rodziną zbiorów wypukłych, to $\cap_{i \in I} A_i$ jest zbiorem wypukłym,
   (b) dla dowolnego podzbioru $A \subset \Lambda$ istnieje najmniejszy podzbiór wypukły $B \subset \Lambda$ taki, że $A \subset B$ (nazywamy go obwiednią wypukłą zbioru A),
   (c) dla afinicznie niezależnych punktów $x_0, \ldots, x_k$ sympleks $[x_0, \ldots, x_k]$ jest zbiorem wypukłym, oraz $[x_0, \ldots, x_k]$ jest obwiednią wypukłą $x_0, \ldots, x_k$.

6. Niech $(a_1, \ldots, a_n) \in \mathbb{R}^n$ oraz niech
   (a) $A = \{(x_1, \ldots, x_n) \in \mathbb{R}^n \, | a_1 x_1 + \ldots + a_n x_n = 0\}$,
   (b) $B = \{(x_1, \ldots, x_n) \in \mathbb{R}^n \, | a_1 x_1 + \ldots + a_n x_n \leqslant 0\}$,
   (c) $C = \{(x_1, \ldots, x_n) \in \mathbb{R}^n \, | a_1 x_1 + \ldots + a_n x_n < 0\}$.

   Wykazać, że są to zbiory wypukłe.

7. Znaleźć objętość czworościanu w $\mathbb{R}^3$ o wierzchołkach
$$(1, 2, 3), (-1, 2, 5), (0, 1, 1), (3, 2, 3).$$
Ile wynosi jego wysokość, opuszczona z wierzchołka $(1, 2, 3)$?

8. Znaleźć w $\mathbb{R}^4$ odległość punktu $a = (0, 0, 0, 0)$ od hiperpłaszczyzny wyznaczonej przez punkty
$$(1, 2, 0, 1), (1, 1, 1, -1), (1, 1, -1, 1), (2, 1, -1, 2).$$

9. W zależnosci od parametru λ zbadać w $\mathbb{R}^4$ położenie prostej L_λ wyznaczonej przez punkty $(1-\lambda, 2, 1+\lambda, 0), (\lambda, 1, 2, -\lambda)$ względem hiperpłaszczyzny o równaniu $1 + x_1 + x_2 + x_3 - x_4 = 0$.

10. Sprawdzić, że w przestrzeni afinicznej $\mathbb{R}^4$ płaszczyzny

$$A_1 : \begin{cases} x_1 = 1 + 3t + s, \\ x_2 = 1 - t - 2s, \\ x_3 = 1 - 4s, \\ x_4 = -2t - 3s \end{cases} \quad A_2 : \begin{cases} x_1 = 1 + t - 2s, \\ x_2 = 1 - 2t + s, \\ x_3 = 1 - 4t + 4s, \\ x_4 = -3t + 5s \end{cases}$$

przecinają się wzdłuż prostej.

11. Sprawdzić, że w przestrznie afinicznej $\mathbb{R}^4$ prosta l i płaszczyzna A

$$l : \begin{cases} x_1 = 2 + 2t, \\ x_2 = 4 - 2t, \\ x_3 = -1 - 2t, \\ x_4 = 1 + t \end{cases} \quad A_2 : \begin{cases} x_1 - x_2 + x_3 = 0 \\ 2x_2 - x_3 + x_4 - 1 = 0 \end{cases}$$

nie mają punktów wspólnych.

12. Znaleźć równanie hiperpłaszczyzny w przestrzeni afinicznej $\mathbb{R}^4$ przechodzącej przez punkt $A = (-1, 0, 0, 2)$ i prostopadłej do prostej

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 + 3x_3 - x_4 - 2 = 0 \\ 3x_1 + x_2 - x_3 + 5 = 0 \\ x_2 - x_3 + x_4 - 10 = 0 \end{cases}.$$

13. Znaleźć równanie płaszczyzny dwuwymiarowej w przestrzeni afinicznej $\mathbb{R}^4$ przecgodzącej przez punkt $A = (3, 2, -1, 0)$ i prostopadłej do płaszczyzny

$$\begin{cases} x_1 - 2x_2 + 4x_3 - x_4 - 1 = 0 \\ 2x_1 + x_2 - x_3 - 2 = 0 \end{cases}.$$