1. Niech $f : U \longrightarrow U$ będzie endomorfizmem skończenie wymiearowej przestrzeni wektorowej U, którego wielomian charakterystyczny rozkłada rozkłada się na czynniki pierwszego stopnia. Zauważyć, że istnieją takie endomorfizmy $g, h : U \longrightarrow U$, że g jest diagonalizowalny, h jest nilpotentny, $h \circ g = g \circ h$ oraz $f = g + h$.

2. Wyprowadzić ogólny wzór na n-ty wyraz ciągu określonego przez równości:

   (a) $a_0 = 0, a_1 = 1, a_n = 6a_{n-1} - 9a_{n-2}, n \geqslant 2$,

   (b) $a_0 = 0, a_1 = 2, a_n = 4a_{n-1} - 4a_{n-2}, n \geqslant 2$.

3. Niech $F : \mathbb{C} \longrightarrow \mathbb{C}$ będzie odwzorowaniem liniowym zadanym wzorem

$$F(x, y, z) = (x - y + 2z, x - z, x + y + 2z).$$

   wyznaczyć wartości własne i odpowiadające im wektory własne endomorfizmu F.

4. Niech $A \in M_2(K)$ będzie jedną z macierzy

$$\begin{bmatrix} 1 & -5 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}, \qquad \begin{bmatrix} -2 & -5 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}.$$

   Zarówno w przypadku $K = \mathbb{R}$ jak i $K = \mathbb{C}$ wyznaczyć (uogólnioną) postać Jordana macierzy A.

5. Korzystając z postaci Jordana macierzy, obliczyć

   (a) $\begin{bmatrix} 6 & 2 \\ 3 & 7 \end{bmatrix}^{80}$ (b) $\begin{bmatrix} 1 & -5 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}^{100}$

Adres strony z wykładem z algebry liniowej dr Jacka Dębeckiego:
http://www2.im.uj.edu.pl/JacekDebecki/algebra.pdf