Adam Osękowski
Uniwersytet Warszawski, Wydział Matematyki, Informatyki i Mechaniki

Nierówności dla martyngałów BMO

Załóżmy, że $(X_t)_{t\geq 0}$ jest jednostajnie całkowalnym martyngałem o ciągłych trajektoriach i niech $p \in [1,\infty)$ będzie ustalonym parametrem. Mówimy, że X należy do BMO_p , jeśli

$$||X||_{BMO_p} := \sup_{\tau} \left\| \mathbb{E}\big[|X_\infty - X_\tau|^p \big| \mathcal{F}_\tau\big]^{1/p} \right\|_\infty < \infty,$$

gdzie supremum jest wzięte po wszystkich adaptowanych momentach zatrzymania τ. Na mocy klasycznych wyników uzyskanych przez Getoora i Sharpe'a [1], wszystkie normy $||\cdot||_{BMO_p}$ są porównywalne. W konsekwencji, wszystkie klasy BMO_p się pokrywają i można po prostu mówić o martyngałach BMO. Przestrzeń ta jest probabilistycznym odpowiednikiem analitycznej przestrzeni BMO, wprowadzonej przez Johna i Nirenberga w [2].

Martyngały BMO spełniają szereg interesujących oszacowań. Celem odczytu będzie zaprezentowanie nowej techniki dowodzenia nierówności tego typu. Metoda sprowadza się do konstruowania pewnych funkcji specjalnych na obszarach „parabolicznych", tzn. zbiorach postaci

$$D = \{(x,y) \in \mathbb{R}\times\mathbb{R} : x^2 \leq y \leq x^2 + m^2\},$$

gdzie m jest ustalonym dodatnim parametrem. Metodę zilustrujemy na przykładach optymalnych oszacowań słabego typu, silnego typu oraz pewnych nierówności maksymalnych.

Bibliografia

[1] R. K. Getoor, M. J. Sharpe, *Conformal martingales*, Invent. Math. 16 (1972), 271–308.
[2] F. John, L. Nirenberg, *On functions of bounded mean oscillation*, Comm. Pure Appl. Math. 14 (1961), 415–426.