

Jacek Wesołowski

Politechnika Warszawska, Wydział Matematyki i Nauk Informacyjnych

Włodek Bryc

Department of Mathematical Sciences, University of Cincinnati, Cincinnati, USA

Generatory „wolnych” kwadratowych harnessów

Harness to proces stochastyczny $X = (X_t)_{t \geq 0}$, dla którego warunkowa wartość oczekiwana $\mathbb{E}(X_t | \mathcal{F}_{s,u})$ jest funkcją liniową zmiennych X_s i X_u dla dowolnych $0 \leq s < t < u$, przy czym $(\mathcal{F}_{s,u})_{s < u}$ to tzw. przeszło-przyszła filtracja procesu X , zob. np. Mansuy, Yor (2005). Kwadratowy harness to harness całkowalny z kwadratem, dla którego warunkowa wariancja $\text{Var}(X_t | \mathcal{F}_{s,u})$ jest funkcją kwadratową zmiennych X_s i X_u dla dowolnych $0 \leq s < t < u$, zob. np. Bryc et al. (2007) lub Bryc, Wesołowski (2010).

Typowo, są to niejednorodne procesy Markowa całkowalne w dowolnej potędze dodatniej. Opowiem o algebraicznej metodzie opisu kwadratowych harnessów, która prowadzi do równania „komutacyjnego” dla pewnych operatorów związanych z momentami warunkowymi wstecz. Za pomocą tych operatorów można, przynajmniej potencjalnie, odtworzyć generator procesu. Równanie „komutacyjne” udało się rozwiązać w podklasie „wolnych” kwadratowych harnessów (zob. Bryc et al., 2011). To pozwoliło na podanie jawnego wzoru na generatory dla procesów z tej podklasy kwadratowych harnessów. Generatory te, określone przynajmniej na przestrzeni wielomianów, są pewnymi operatorami całkowo-różniczkowymi. Podobną postać generatorów dla szczególnych przykładów kwadratowych harnessów otrzymali ostatnio Bryc (2010), dla „wolnych” procesów Meixnera, oraz Anshelevich (2011), dla procesu q -gaussowskiego.

Bibliografia

- [1] M. Anshelevich, *Generators of some non-commutative stochastic processes*, arXiv 1104.1381 (2011), 1–30.
- [2] W. Bryc, *Markov processes with free-Meixner laws*, Stoch. Process. Appl. 120 (2010), 1393–1403.
- [3] W. Bryc, W. Matysiak, J. Wesołowski, *Quadratic harnesses, q -commutations and orthogonal martingale polynomials*, Trans. Amer. Math. Soc. 359 (2007), 5449–5483.
- [4] W. Bryc, W. Matysiak, J. Wesołowski, *Free quadratic harness*, Stoch. Process. Appl. 121 (2011), 657–671.
- [5] W. Bryc, J. Wesołowski, *Askey-Wilson polynomials, quadratic harnesses and martingales*, Ann. Probab. 38 (2010), 1221–1262.
- [6] R. Mansuy, M. Yor, *Harnesses, Lévy bridges and Monsieur Jourdain*, Stoch. Process. Appl. 115 (2005), 329–338.