Kamil Kosiński
EURANDOM, Technische Universiteit Eindhoven
Krzysztof Dębicki
Instytut Matematyczny, Uniwersytet Wrocławski

Silna własność Piterbarga

Niech $\{B_H(t) : t \in \mathbb{R}\}$ będzie ułamkowym ruchem Browna z parametrem Hursta $H \in (0,1)$. Dla dowolnej stałej $c > 0$, zdefiniujmy nowy proces $\{Y(t) : t \geq 0\}$ jako $Y(t) = \sup_{\sigma \geq t} (B_H(\sigma) - B_H(t) - c(\sigma - t))$. Proces Y modeluje zawartość bufora w stacjonarnej kolejce napełnianej procesem B_H.

Piterbarg [3] rozpatrywał własności asymptotyczne prawdopodobieństwa $\mathbb{P}\left(\sup_{t\in[0,T]} Y(t) > u\right)$, gdy u zbiega do nieskończoności oraz $T = T(u)$ jest pewną funkcją zależną od u. Jednym z jego rezultatów, znanym jako *własność Piterbarga*, jest następujące twierdzenie. Dla dowolnego $H \in (\frac{1}{2}, 1)$ oraz funkcji T takiej, że $T(u) = o(u^{\frac{2H-1}{H}})$,

$$\mathbb{P}\left(\sup_{t\in[0,T(u)]} Y(t) > u\right) \sim \mathbb{P}\left(Y(0) > u\right), \text{ gdy } u \to \infty.$$

Dokładna asymptotyka $\mathbb{P}\left(Y(0) > u\right) = \mathbb{P}(\sup_{t\geq 0}(B_H(t) - ct) > u)$ jest znana, nie tylko w przypadku B_H, ale także w przypadku bardziej ogólnych procesów gaussowskich [2].

Podczas referatu zaprezentujemy *silną własność Piterbarga*. To jest, wykażemy, że, gdy $u \to \infty$, wtedy

$$\mathbb{P}\left(\inf_{t\in[0,T(u)]} Y(t) > u\right) \sim \mathbb{P}\left(Y(0) > u\right) \sim \mathbb{P}\left(\sup_{t\in[0,T(u)]} Y(t) > u\right).$$

Własność ta została wcześniej zaobserwowana w przypadku gdy B_H zastąpimy procesem nieskończenie podzielnym (bez składnika gaussowskiego) [1]. Problem przypadku gaussowskiego pozostawał jednakże otwarty.

Bibliografia

[1] P. Albin, G. Samorodnitsky, *On overload in a storage model, with a self-similar and infinitely divisible input*, Ann. Appl. Probab. (2004), 820-844.
[2] J. Hüsler, V. Piterbarg, *Extremes of a certain class of Gaussian processes*, Stochastic Process. Appl. (1999), 257–271.
[3] V. Piterbarg, *Large deviations of a storage process with fractional Brownian motion as input*, Extremes 4 (2000), 147–164.