

Mateusz Kwaśnicki
IM PAN, Politechnika Wroclawska

Suprema procesów Lévy'ego

Rozkład funkcjonału supremum $M_t = \sup_{s \in [0,t]} X_s$ procesu Lévy'ego X_t badany był już w latach 50. XX wieku, [1,4,6,15]. Jego badania stanowiły punkt wyjścia w teorii fluktuacji procesów Lévy'ego. Mimo ogromnego rozwoju tej dziedziny, wciąż stosunkowo niewiele wiadomo o rozkładzie M_t . Wiele wyników opisuje transformaty Laplace'a rozkładu M_t względem obu zmiennych (czasowej i przestrzennej), natomiast obliczanie dystrybuanty czy gęstości rozkładu M_t możliwe jest jedynie w pewnych szczególnych przypadkach.

W czasie wykładu omówiona zostanie historia badań rozkładu funkcjonału supremum M_t oraz czasów pierwszego przejścia $\tau_x = \inf\{t : X_t \geq x\}$ przez barierę na poziomie x (zachodzi związek $\mathbf{P}(M_t < x) = \mathbf{P}(\tau_x > t)$). Nacisk będzie położony na jawne wzory, rozwinięcia asymptotyczne oraz oszacowania dystrybuanty i gęstości rozkładów M_t i τ_x [2,3,5,7–11,16]. W ten cykl wpisują się wyniki uzyskane przez J. Małeckiego, M. Ryznara oraz autora [12–14], które zostaną przedstawione bardziej szczegółowo.

Bibliografia

- [1] G. Baxter, M. D. Donsker (1957) *On the distribution of the supremum functional for processes with stationary independent increments*. Trans. Amer. Math. Soc. 85: 73–87.
- [2] V. Bernyk, R. C. Dalang, G. Peskir (2008) *The law of the supremum of a stable Lévy process with no negative jumps*. Ann. Probab. 36(5): 1777–1789.
- [3] N. H. Bingham (1973) *Maxima of sums of random variables and suprema of stable processes*. Z. Wahrscheinlichkeitstheorie Verw. Gebiete 26: 273–296.
- [4] D. A. Darling (1956) *The maximum of sums of stable random variables*. Trans. Amer. Math. Soc. 83: 164–169.
- [5] R. A. Doney (1987) *On Wiener-Hopf factorisation and the distribution of extrema for certain stable processes*. Ann. Probab. 15(4): 1352–1362.
- [6] J. Gani, N. J. Prabhu (1959) *The time-dependent solution for a storage model with Poisson input*. J. Math. Mech. 8: 653–663.
- [6] P. Graczyk, T. Jakubowski, *On exit time of symmetric α -stable processes*. Stoch. Proc. Appl. 122(1): 31–41.

- [7] P. E. Greenwood, A. A. Novikov (1986) *One-sided boundary crossing for processes with independent increments*. Teor. Veroyatnost. i Primenen. 31(2): 266–277.
- [8] F. Hubalek, A. Kuznetsov (2011) *A convergent series representation for the density of the supremum of a stable process*. Elect. Comm. Probab. 16: 84–95.
- [9] A. Kuznetsov (2010) *Wiener-Hopf factorization and distribution of extrema for a family of Lévy processes*. Ann. Appl. Prob. 20(5): 1801–1830.
- [10] A. Kuznetsov (2011) *On extrema of stable processes*. Ann. Probab. 39(3): 1027–1060.
- [11] M. Kwaśnicki (2011) *Spectral analysis of subordinate Brownian motions on the half-line*. Studia Math. 206(3): 211–271.
- [12] M. Kwaśnicki, J. Małecki, M. Ryznar (2011) *Suprema of Lévy processes*. Ann. Probab., w druku, arXiv:1103.0935.
- [13] M. Kwaśnicki, J. Małecki, M. Ryznar (2011) *First passage times for subordinate Brownian motions*. arXiv:1110:0401.
- [14] R. Pyke (1959) *The Supremum and Infimum of the Poisson Process*. Ann. Math. Stat. 30(2): 568–576.
- [15] V. M. Zolotarev (1964) *The first-passage time of a level and the behaviour at infinity for a class of processes with independent increments*. Theor. Probab, Appl. 9: 653–664.