Paweł Hitczenko
Department of Mathematics, Drexel University, Philadelphia, USA

Własność perpetuity rozkładu Dirichleta

Autorzy pracy [1] zauważyli, że zmienna losowa X o rozkładzie arkusa sinusa spełnia następujące równanie:

$$X \stackrel{d}{=} UX + \frac{r}{2}(1-U). \tag{1}$$

W tym równaniu U jest zmienną losową o rozkładzie jednostajnym na odcinku $(0,1)$, r jest zmienną losową o symetrycznym rozkładzie Bernoulliego, X, U, r po prawej stronie powyższego równania są niezależne, a „$\stackrel{d}{=}$" oznacza równość według rozkładu.

Przedstawione zostaną pewne wyniki uogólniające tę obserwację. Powyższe równanie jest szczególnym przypadkiem bardziej ogólnego równania:

$$X \stackrel{d}{=} MX + Q, \quad (M,Q) \text{ i } X \text{ niezależne po prawej stronie,}$$

którego rozwiązania zwykle nazywa się perpetuitami.

Okazuje się, że równanie bardzo podobne do (1) spełnia znacznie szersza klasa rozkładów. W szczególności zawiera ona wszystkie rozkłady tzw. *power semicircle* dyskutowane w [2].

Wydaje się to o tyle ciekawe, że znanych jest stosunkowo niewiele sytuacji, w których równanie typu perpetuitowego ma jawne rozwiązanie.

Wyniki otrzymane są wspólnie z Gérard Letac (Toulouse).

Bibliografia

[1] Gergely Ambrus, Péter Kevei, Viktor Vígh, *The diminishing segment process*, Statist. Probab. Letters 82 (2012), 191–195.
[2] Octavio Arzimendi, Víctor Pérez-Abreu, *On the non-classical infinite divisibility of power semicircle distributions*, Commun. Stoch. Anal. 4 (2010), 161–178.
[3] Paweł Hitczenko, Gérard Letac, *Perpetuity property of the Dirichlet distribution*, `http://arxiv.org/abs/1204.2315v1` (2012).