

## Asymptotyczne zachowanie stochastycznego modelu różnicowania się komórek macierzystych

Rozważana jest stochastyczna wersja następującego modelu różnicowania się komórek macierzystych, który został przedstawiony i omówiony w pracy [3] przez Annę Marciniak-Czochrę i Thomasa Stiehla

$$\begin{aligned}\frac{dc_1}{dt} &= ((f_1(a_1) - 1)f_2(p_1)c_1) - \mu_1 c_1 \\ \frac{dc_2}{dt} &= ((f_1(a_2) - 1)f_2(p_2)c_2 + 2(1 - f_1(a_1))f_2(p_1)c_1) - \mu_2 c_2 \\ &\vdots \\ \frac{dc_n}{dt} &= 2(1 - f_1(a_{n-1}))f_2(p_{n-1})c_{n-1} - \mu_n c_n,\end{aligned}\tag{1}$$

gdzie  $c_i$  dla  $i = 1 \dots n$  są gęstościami populacji komórek macierzystych i ich kolejnych stadiów zróżnicowania aż do w pełni zróżnicowanych komórek.  $f_i(x) = \frac{x}{1+k_i c_n}$  dla  $i = 1, 2$ ,  $p_i$  opisuje współczynnik proliferacji, a  $a_i$  współczynnik różnicowania się,  $\mu_i$  współczynnik śmierci,  $k_1, k_2$  są dodatnimi stałymi.

Stochastyczną wersję tego modelu otrzymujemy przez dodanie części dyfuzyjnej do prawych stron równań otrzymując układ stochastycznych równań różniczkowych.

Korzystając z metody funkcji Khasminsky'ego przedstawionej w pracach [1,2] naszkicujemy dowód twierdzenia o asymptotycznej stabilności półgrupy Markowa generowanej przez model dla  $n = 2$  i omówimy, jakie problemy pojawiają się dla  $n > 2$ .

### Bibliografia

- [1] R. Rudnicki, K. Pichór, M. Tyran-Kamińska, *Markov semigroups and their applications*, w: Dynamics of Dissipation, Lecture Notes in Physics 597, Springer, Berlin, 2002, 215–238.
- [2] K. Pichór, R. Rudnicki, *Stability of Markov semigroups and applications to parabolic systems*, J. Math. Anal. Appl. 215 (1997), 56–74.
- [3] T. Stiehl, A. Marciniak-Czochra, *Characterization of stem cells using mathematical models of multistage cell lineages*, Mathematical and Computer Modelling 53 (2011), 1505–1517.