

Tomasz Rogala

Instytut Matematyczny PAN, Warszawa

Konstrukcja cienia ceny dla czasu dyskretnego

Na przestrzeni probabilistycznej $(\Omega, \mathcal{F}, \mathbb{P})$ niech będą dane procesy nieujemne $\underline{S} = (\underline{S}_n)_{n=0}^N$ i $\bar{S} = (\bar{S}_n)_{n=0}^N$ spełniające warunek pełnego warunkowego nośnika i takie, że $\bar{S}_n \geq \underline{S}_n$ dla $n = 0, 1, 2, \dots, N$. Załóżmy, że na tej przestrzeni probabilistycznej dany mamy rynek z bezpiecznym rachunkiem bankowym i jedną akcją, którą możemy sprzedawać i kupować po cenie \underline{S} i \bar{S} odpowiednio. W każdej chwili $n = 0, 1, \dots, N$ część naszego bogactwa przeznaczamy na konsumpcję i inwestycje. Naszym celem jest maksymalizacja wartości następującej oczekiwanej użyteczności

$$\mathbb{J}_N(x_0, y_0) := E\left(\sum_{n=0}^N \gamma^n g(c_n)\right), \quad (1)$$

gdzie x_0 jest liczbą pieniędzy, jakie mamy w chwili zero, y_0 jest liczbą akcji, jakie mamy w chwili zero, $\gamma \in (0, 1]$ jest czynnikiem dyskontującym, zaś $g(u) = \ln u$ lub $g(u) = u^\alpha$ dla $\alpha \in (0, 1)$.

Wprowadzimy „cienie ceny”, tzn. pewien proces $\tilde{S} = (\tilde{S}_n)_{n=0}^N$ taki, że $\underline{S}_n \leq \tilde{S}_n \leq \bar{S}_n$ dla $n = 0, 1, \dots, N$, dla którego na rynku z jednym procesem ceny kupna i sprzedaży akcji \tilde{S} optymalna wartość (1) jest taka sama, jak na rynku z procesami cen sprzedaży i kupna \underline{S} i \bar{S} odpowiednio, zaś optymalne strategie na obu rynkach są takie same.

Bibliografia

- [1] R. Bobryk, Ł. Stettner, *Discrete Time Portfolio Selection with Proportional Transaction Costs*, Prob. Math. Statistics 19 (1999), 135–248.
- [2] M. H. A. Davis, A. R. Norman, *Portfolio Selection with Transaction Costs*, Mathematics of Oper. Res. 15 (1990), 675–713.
- [3] S. Gerhold, J. Muhle-Karbe, W. Schachermayer, *Asymptotics and Duality for the Davis and Norman Problem*, 2011
- [4] P. Guasoni, M. Rasonyi, W. Schachermayer, *Consistent price systems and facelifting pricing under transaction costs*, The Annals of Applied Probability 18 (2008), 491–520.
- [5] J. Kallsen, J. Muhle-Karbe, *On using shadow prices in portfolio optimization with transaction costs*, The Annals of Applied Probability 20 (2010), 1341–1358.
- [6] J. Zabczyk, *Chance and Decision, Stochastic Control in Discrete Time*, Scuola Normale Superiore, Pisa 1996.