Tomasz Tkaliński
Uniwersytet Warszawski

Zabezpieczenie wypłat, dla których nie istnieje superreplikacja

Celem wystąpienia jest zaprezentowanie nowych wyników dotyczących zabezpieczenia europejskich wypłat w wolnych od arbitrażu modelach rynku z czasem dyskretnym. Problem zabezpieczenia jest rozwiązany w przypadku rynków zupełnych, gdzie dla każdej wypłaty istnieje strategia replikująca, tzn. samofinansująca strategia, której wartość końcowa jest równa tej wypłacie. W ogólnym modelu rynku z czasem dyskretnym istnieją wypłaty H, których nie można zreplikować. Jedno z klasycznych podejść do zabezpieczenia takich wypłat stanowi superreplikacja, której istotą jest wyznaczenie najtańszej strategii samofinansującej, której wartość końcowa jest nie mniejsza niż H z prawdopodobieństwem 1. Superreplikacja może być dość kosztowna (np. [3]), co motywuje poszukiwanie najlepszego zabezpieczenia wśród strategii, których wartość początkowa jest mniejsza od kosztu superreplikacji. Podejście tego typu określane w literaturze mianem efektywnego zabezpieczenia formułuje się, jako problem wyznaczenia strategii minimalizującej ryzyko straty, tzn. części ujemnej różnicy pomiędzy zabezpieczeniem a wypłatą. Ryzyko straty wyrażano za pomocą prawdopodobieństwa [1], wartości oczekiwanej funkcji straty [2], koherentnych [4], [5], [7] oraz wypukłych miar ryzyka [6]. We wszystkich zacytowanych pracach rozważa się problem efektywnego zabezpieczenia wypłat, dla których istnieje superreplikacja, co jest równoważne założeniu, że kres górny wartości oczekiwanych wypłaty liczonych względem wszystkich miar martyngałowych jest skończony. Podajemy przykład zagadnienia, w którym przyjęcie tego matematycznie restrykcyjnego założenia jest nieuzasadnione ze względów ekonomicznych, co motywuje rozważenie problemu efektywnego zabezpieczenia wypłat, dla których nie istnieje superreplikacja. Zagadnienia tego nie można rozwiązać za pomocą istniejących dotychczas metod. W wystąpieniu zaprezentowana zostanie nowa technika aproksymacyjna, która pozwala przedstawić rozwiązanie wyjściowego problemu za pomocą rozwiązań odpowiednio dobranych problemów przybliżających.

Bibliografia

[1] Föllmer, H., and P. Leukert (1999) *Quantile hedging*, Finance and Stochastics 3, 251-273.
[2] Föllmer, H., and P. Leukert (2000) *Efficient hedging: Cost versus shortfall risk*, Finance and Stochastics 4, 117-146.
[3] Gushchin A. A., and E. Mordecki (2002) *Bounds on option prices for semimartingale market models* Proceedings of the Steklov Institute of Mathematics 237, 73-113.
[4] Nakano, Y. (2003) *Minimizing coherent risk measures of shortfall in discrete-time models with cone constraints* Applied Mathematical Finance 10, 163-181.
[5] Nakano, Y. (2004) *Efficient hedging with coherent risk measure*, J. Math. Anal. Appl. 293, 345-354.
[6] Rudloff, B. (2007) *Convex hedging in incomplete Markets*, Applied Mathematical Finance 14, 437-452.
[7] Rudloff, B. (2009) *Coherent hedging in incomplete markets*, Quantitative Finance 9, 197-206.