Barbara H. Jasiulis-Gołdyn
Uniwersytet Wrocławski
Jolanta K. Misiewicz
Politechnika Warszawska

Faktoryzacja Wienera-Hopfa dla ekstremalnych ciągów Markowskich typu Kendalla z wykorzystaniem transformaty Williamsona

Rozważamy ekstremalny ciąg Markowski ([1]) postaci:

$$X_0 = 1, \quad X_1 = Y_1, \quad X_{n+1} = M_{n+1}\left[\mathbf{I}(\xi_n < \varrho_{n+1}) + \theta_{n+1}\mathbf{I}(\xi_n > \varrho_{n+1})\right],$$

gdzie

$$M_{n+1} = \max\{X_n, Y_{n+1}\}, \quad m_{n+1} = \min\{X_n, Y_{n+1}\}, \quad \varrho_{n+1} = \frac{m_{n+1}^{\alpha}}{M_{n+1}^{\alpha}}.$$

oraz

(i) $(Y_k) \sim i.i.d.(\nu)$,

(ii) $(\xi_k) \sim i.i.d.(U([0,1]))$,

(iii) $(\theta_k) \sim i.i.d.(\widetilde{\pi}_{2\alpha})$, $\widetilde{\pi}_{2\alpha}(dy) = \alpha|y|^{-2\alpha-1}\mathbf{1}_{[1,\infty)}(|y|)\,dy$,

(iv) ciągi (Y_k), (ξ_k) i (θ_k) są niezależne,

(v) θ_{n+1}, M_{n+1} są niezależne.

Proces ten jest procesem Lévy'ego w sensie splotów uogólnionych ([4]). Jego struktura jest podobna do pierwszego rzędu maksymalnego procesu autoregresji typu Pareto ([2], [3], [11]), MARMA ([6]), procesów minimalnych ([10], [11]), innych ekstremalnych ([1]) or perpetuity. Konstrukcja badanego ciągu Markowskiego wykorzystuje technikę splotu uogólnionego Kendalla ([7]):

$$\delta_x \triangle_\alpha \delta_1 = x^\alpha \pi_{2\alpha} + (1 - x^\alpha)\delta_1, \quad x \in [0,1],$$

Rozkłady generowane przez splot Kendalla mają zazwyczaj rozkłady ciężkoogonowe ([5]), stąd istnieje możliwość ich zastosowania do modelowania pewnych zjawisk ekstremalnych typu wskaźniki znieczyszczeń powietrza, stany wód.

Udowodnimy pewne własności momentów przekraczania barier oraz odpowiednik faktoryzacji Wienera-Hopfa dla błądzeń losowych Kendalla ([7-9]). Pokażemy, że transformata Williamsona ([14]) jest najlepszym narzędziem do badania obiektów związanych ze splotem Kendalla.

Bibliografia

[1] Alpuim, T. (1989) *An Extremal Markovian Sequence*, J. Appl. Math., **26**(2), 219–232.
[2] Arnold, B. C. (2001) *Pareto Processes*, Stochastic Processes: Theory and Methods. Handbook of Statistics, **19**, 1–33.
[3] Arnold, B. C. (2015) *Pareto Distributions*, Monographs on Statistics and Applied Probability, **140**, Taylor & Francis Group.
[4] Borowiecka-Olszewska, M., Jasiulis-Gołdyn, B.H., Misiewicz, J.K., Rosiński, J. (2015) *Weak Lévy processes and weak stochastic integral*, Bernoulli, **21**(4), 2513–2551, arXiv: http://arxiv.org/pdf/1312.4083.pdf.
[5] Embrechts, P., Kluppelberg, K., Mikosch, T. (1997) *Modelling Extremal Events: For Insurance and Finance*, Applications of Mathematics, Stochastic Modelling and Applied Probability **33**, Springer-Verlag Berlin Heidelberg.
[6] Ferreira, M. (2012) *On the extremal behavior of a Pareto process: an alternative for ARMAX modeling*, Kybernetika **48**(1), 31–49.
[7] Jasiulis-Gołdyn, B.H. (2016) *Kendall random walks*, in press: Probab. Math. Stat. **36**(1), arXiv: http://arxiv.org/pdf/1412.0220v1.pdf
[8] Jasiulis-Gołdyn, B.H., Misiewicz, J.K. (2015) *Classical definitions of the Poisson process do not coincide in the case of weak generalized convolution*, Lith. Math. J., **55**(4), 518-542, arXiv: http://arxiv.org/pdf/1312.6943.
[9] Jasiulis-Gołdyn, B.H., Misiewicz, J.K. (2016) *Kendall random walk, Williamson transform and the corresponding Wiener-Hopf factorization*, in press: Lith. Math. J., arXiv: http://arxiv.org/pdf/1501.05873.pdf.
[10] Lewis, P.A.W., McKenzie, Ed (1991) *Minification Processes and Their Transformations*, Journal of Applied Probability, **28**(1), 45–57.
[11] Lopez-Diaz, J., Gil, M.A., Grzegorzewski, P., Hryniewicz, O., Lawry, J. (2004) *Soft Methodology and Random Information Systems*, Advances in Inteligent and Soft computing, Springer.
[12] McNeil, A.J., Nešlehová, J. (2009) *Multivariate Archimedean Copulas, $d-$ monotone Functions and l_1- norm Symmetric Distributions*, Ann. Statist., **37**(5B), 3059–3097.
[13] Vol'kovich, V., Toledano-Ketai, D., Avros, R. (2010) *On analytical properties of generalized convolutions*, Banach Center Publications, Stability in Probability, **5**(3), 243–274.
[14] R. E. Williamson (1956) *Multiply monotone functions and their Laplace transforms*, Duke Math. J. **23**, 189–207, 1956.