Grzegorz Serafin
Politechnika Wrocławska

Oszacowania gęstości przejścia ruchu Browna na kuli

Niech $g_n(t,x,y) = (2\pi t)^{-n/2}e^{-|x-y|^2/2t}$ będzie gęstością przejścia n-wymiarowego ruchu Browna oraz $g_n^D(t,x,y)$ gęstością przejścia tego procesu zabijanego przy wyjściu z $D \subset \mathbb{R}^n$. W pracy [2] pokazano, że istnieje stała $C > 1$ dla której zachodzi

$$\begin{aligned}\frac{1}{C}\left(1 \wedge \frac{xy}{t}\right)\left(1 \wedge \frac{(1-x)(1-y)}{t}\right) g_1(t,x,y) &\leq g_1^{(0,1)}(t,x,y) \\ &\leq C\left(1 \wedge \frac{xy}{t}\right)\left(1 \wedge \frac{(1-x)(1-y)}{t}\right) g_1(t,x,y),\end{aligned} \tag{1}$$

gdzie $x, y \in (0,1)$, $t < T$. Powyższe oszacowanie rozszerzymy w dwóch kierunkach: na wyższe wymiary (n-wymiarowe kule) oraz na proces Bessela. W przypadku tego drugiego przedstawimy wyniki otrzymane w pracach [1] i [3]. Przy rozważaniu kul należy przytoczyć wynik Qi S. Zhanga z 2002 roku dla ograniczonych zbiorów D klasy $C^{1,1}$:

$$\begin{aligned}\frac{1}{C}\left(1 \wedge \frac{\delta(x)\delta(y)}{t}\right)(2\pi t)^{-n/2}e^{-c_1|x-y|^2/2t} &\leq g_n^D(t,x,y) \\ &\leq C\left(1 \wedge \frac{\delta(x)\delta(y)}{t}\right)(2\pi t)^{-n/2}e^{-c_2|x-y|^2/2t},\end{aligned}$$

gdzie $x, y \in D$, $t < T$, D-$\mathcal{C}_1^1$. Oszacowanie dolne zostało udowodnione już w 1987 przez E.B. Daviesa. Okazuje się, że nawet w przypadku zbiorów wypukłych stałe c_1 i c_2 nie muszą być takie same. Wzór (1) pokazuje jednak, że, przynajmniej w części przypadków, można to osiągnąć zmieniając czynniki nieekspotencjalne. Głównym celem referatu jest przedstawienie rozwiązania tego problemu w przypadku kul w $\mathbb{R}^n$, czyli podanie oszacowań gęstości procesu zabitego z takimi samymi stałymi w eksponentach w ograniczeniu dolnym, jak i górnym.

Bibliografia

[1] J. Małecki, G. Serafin, T. Zorawik *F*ourier-Bessel heat kernel estimates Journal of Mathematical Analysis and Applications (2016) DOI: 10.1016/j.jmaa.2016.02.051
[2] A. Pyć, G. Serafin, T. Żak, *S*upremum distribution of Bessel process of drifting Brownian motion Probability and Mathematical Statistics 35.2 (2015), 201-222
[3] G. Serafin *E*xit times densities of Bessel process preprint (2015)