Krzysztof Gall Turek
Wydział Matematyki i Informatyki Uniwersytetu Jagiellońskiego

Wycena opcji w modelu CEV z kosztami płynności

W referacie przedstawię model wyceny opcji europejskiej z kosztami płynności. Uogólnia on model rozważany przez Rogersa i Singha (2010). W cytowanej wersji średnie ceny akcji podążają za modelem Blacka–Scholesa, który jest szczególnym przypadkiem modelu CEV (bez trendu):

$$dS_t = \sigma S_t^{1+\gamma}\, dW_t, \tag{1}$$

gdzie γ jest parametrem elastyczności wariancji.

Dla $\gamma \geq 0$ możliwe jest zastosowanie oryginalnego rozumowania Rogersa i Singha (2010). Zajmuje się przypadkiem $-\frac{1}{2} < \gamma < 0$, w którym prawdopodobieństwo osiągnięcia przez proces brzegu, tj. 0 (bankructwo), jest dodatnie. Uniemożliwia to zastosowanie wielu klasycznych wyników, jak np. twierdzenia Feynmanna–Kaca.

Poszukuję strategii, która umożliwia inwestorowi osiągnięcie minimalnego średniokwadratowego błędu replikacji:

$$\min_{H\in\mathcal{H}} E_{0,S_0}((g(S_T) - H_T S_T)^2), \tag{2}$$

gdzie $\mathcal{H}$ to zbiór strategii H spełniających kilka technicznych oraz takich, że średni koszt płynności ograniczony — czyli prędkość zmiany portfela $dH_t = h_t dt$ — spełnia:

$$E\Big(\int_0^T KosztPlynnosci(t, S_t, h_t)\, dt\Big) \leq C. \tag{3}$$

Przyjmuję, że inwestor może nabyć instrument podstawowy po cenie będącej sumą dwóch elementów: średniej ceny rynkowej (podążającej za modelem CEV) i ceny za płynność (zysk instytucji zapewniających płynność). Zakładam, że cenę za płynność w chwili t i średniej ceny rynkowej S_t można wyrazić równaniem:

$$S_t \frac{\epsilon h^2}{2}, \tag{4}$$

gdzie ϵ jest stałym parametrem. Klasyczna strategia hedgingowa używająca jedynie instrumentu podstawowego do replikowania cen choćby najprostszych opcji, w tym modelu nie istnieje. Można zatem mówić jedynie o pewnym zakresie cen dla inwestorów akceptujących pewien poziom ryzyka.

Przedstawię także wyniki numeryczne, jak i sposób ich uzyskania oraz wspomnę o pewnych wynikach asymptotycznych dla tego modelu.

Bibliografia

[1] Rogers L., Singh, S. (2010) *The cost of illiquidity and its effects on hedging*, Mathematical Finance, 20, 597–615.
[2] Turek K. (2016) *Option Pricing in a CEV Model With Liquidity Cost* (Online First w Applicationes Mathematicae).