

Łukasz Stettner
Instytut Matematyczny PAN

Miary ryzyka inwestycji finansowych

Problem mierzenia, monitorowania ryzyka inwestycji, w tym też inwestycji finansowych, jest jednym z największych wyzwań współczesnej matematyki stosowanej i ekonomii. Pytanie brzmi, jak mierzyć ryzyko i co to jest ryzyko. Choć w praktyce od zamierzonych czasów coś „robiono”, by zmniejszyć ryzyko, do akademickiej ekonomii to pojęcie dotarło stosunkowo późno, a mianowicie w latach pięćdziesiątych za przyczyną doktoratu i dalszych prac Harry’ego Markowitza (późniejszego laureata nagrody Nobla z ekonomii w 1990 roku). Uznał on bowiem za miarę ryzyka portfela inwestycyjnego wariancję stopy zwrotu portfela inwestycyjnego i rozwiązał prosty matematycznie problem maksymalizacji stopy zwrotu portfela przy równoczesnej minimalizacji wariancji stopy zwrotu jako ryzyka. Wariancja szybko okazała się nie być najlepszą miarą ryzyka, bo w skład jej wchodziły zarówno nadwyżki nad wartością oczekiwaną (a więc zjawiska oczekiwane przez inwestora), jak i spadki poniżej wartości oczekiwanej mierzone kwadratami. Zastąpienie wariancji przez tzw. semiwariancję usuwało tę niedogodność, ale z kolei traciliśmy analityczną postać rozwiązań pierwotnego problemu Markowitza. Poza tym zarówno wariancja jak i semiwariancja były miarami odchylenia, które niekoniecznie spełniały zwyczajowe postulaty, które chcielibyśmy stawić miarom ryzyka. To spowodowało, że Bazylejski Komitet Nadzoru Bankowego w 2006 roku w ramach Nowej Umowy Kapitałowej (Basel II) zalecił stosowanie tzw. wartości narażonej na ryzyko (VaR – Value at risk) jako miary ryzyka. Okazuje się, że nie jest to najlepsza miara ryzyka. Prosty przykład pokazuje, że dywersyfikacja portfela może zwiększyć VaR. Dlatego kolejnym krokiem było wprowadzenie tzw. koherentnych miar ryzyka (VaR nie należy do tej rodziny), których różne reprezentacje własności statystyczne są aktualnie intensywnie badane. W tym miejscu do tej teorii niewinnie wkracza zaawansowana analiza funkcjonalna. W ten sposób od prostych zagadnień optymalizacyjnych dochodzimy do skomplikowanej statystyki i analizy funkcjonalnej. Rzuca to nam pewne światło na to, jak mierzyć ryzyko, ale do ostatecznych rezultatów jest jeszcze bardzo daleko.

Literatura

- C. Acerbi, *Spectral measures of risk: a coherent representation of subjective risk aversion*, J. Bank. Finance 26 (2002), 1505–1518.
- P. Artzner, F. Delbaen, J. Eber, D. Heath, *Coherent measures of risk*, Math. Finance 9 (1999), 203–228.
- R. Cont, R. Deguest, G. Scandolo, *Robustness and sensitivity analysis of risk measurement procedures*, Quantitative Finance 10 (2010), 593–606.
- H. Föllmer, A. Schied, *Convex measures of risk and trading constraints*, Finance Stochast. 6 (2002), 429–447.
- C. C. Heyde, S. G. Kou, X. H. Peng, *What is good external measure of risk: Bridging the gaps between robustness, subadditivity and insurance measures of risk*, preprint, Columbia 2007.
- H. Jin, H. Markowitz, X. Y. Zhou, *A note on semivariance*, Math. Fin. 16 (2006), 53–61.
- S. Kusuoka, *On law invariant coherent risk measures*, Adv. Math. Econ. 3 (2001), 83–95.
- H. Markowitz, *Portfolio Selection Efficient Diversification of Investments*, Wiley, 1959.