Margareta Wiciak
Instytut Matematyki
Politechniki Krakowskiej

Równanie Diraca — przypadek dwu- i czterowymiarowy

Równanie Diraca opisuje w mechanice relatywistycznej zachowanie cząstki o spinie $\frac{1}{2}$ (np. elektronu). Będziemy rozważać równanie Diraca w reprezentacji Weyla, tj. równanie postaci

$$\frac{\partial \Psi}{\partial t} = \sum_{j=1}^{3} \gamma_j \left(\frac{\partial}{\partial x_j} - iA_j(t) \right) \Psi + im_0 \beta \Psi + iV(t)\Psi,$$

z warunkiem początkowym

$$\Psi(0, x) = \Psi_0(x) \qquad \forall x \in \mathbb{R}^3,$$

gdy $\Psi : \mathbb{R} \times \mathbb{R}^3 \to \mathbb{C}^4$, oraz równanie

$$\frac{\partial \psi}{\partial t} = \sigma_3 \left(\frac{\partial}{\partial x} - iA(t) \right) \psi + im_0 \sigma_1 \psi + iV(t)\psi,$$

z warunkiem początkowym

$$\psi(0, x) = \psi_0(x) \qquad \forall x \in \mathbb{R},$$

gdy $\psi : \mathbb{R} \times \mathbb{R} \to \mathbb{C}^2$. Przyjęto:

$$\gamma_j = \begin{pmatrix} \sigma_j & 0 \\ 0 & -\sigma_j \end{pmatrix}, \quad \beta = \begin{pmatrix} 0 & I_2 \\ I_2 & 0 \end{pmatrix},$$

I_2 jest macierzą jednostkową 2×2, $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ są macierzami Pauliego, m_0 oznacza masę spoczynkową cząstki, $A_1(t), A_2(t), A_3(t)$, $A(t)$, $V(t)$ składowe zewnętrznego potencjału elektromagnetycznego. Stałe zostały dobrane tak, że $c = \hbar = 1$.

W referacie przedstawimy reprezentację rozwiązania równania Diraca w postaci całki produktowej oraz konstrukcję miary pozwalającej przedstawić rozwiązanie w postaci całki Feynmana.

Literatura

[1] J. D. Dollard, C. N. Friedman, *Product Integration with Applications to Differential Equations*, Addison–Wesley Publ. Company, Massachusetts, 1979.

[2] B. Gaveau, *Representations formulas of the Cauchy problem for hyperbolic systems generalizing Dirac system*, J. Funct. Anal. 58 (1984), 310–319.

[3] R. Quezada, *Path integral for Dirac equation in momentum space*, Univ. Iagell. Acta Math. XXX (1993), 69–82.

[4] M. Wiciak, *Product integral in Fréchet algebra*, w przygotowaniu.