

Prof. Tomasz Łuczak
Wydział Matematyki i Informatyki
Uniwersytetu im. Adama Mickiewicza
w Poznaniu

Poznań, dnia 17 lutego 2022 roku

Recenzja rozprawy doktorskiej mgra Adama Tyca „Zigzag structure in triangulations of surfaces”

Rozprawa doktorska mgra Adama Tyca dotyczy zygzaków – pewnych naturalnie zdefiniowanych struktur związanych z triangulacjami powierzchni. Obiekty te stosunkowo rzadko są przedmiotem badań matematyków. Podany przez autora spis literatury, liczący trzydzieści cztery pozycje, zawiera zapewne niemal wszystkie artykuły, które nawiązują to tej tematyki. Należy jednak podkreślić, że znajdziemy wśród nich prace znanych i cenionych kombinatoryków między innymi publikacje autorstwa Michela Dezy poświęcone zygzakom i ich uogólnieniom oraz artykuły László Lovásza i Patrice’a Ossony de Mendeza, dotyczące kodów Gaussa, które są z zygzakami w pewien sposób powiązane. Zagadnienia te nie należą jednak do głównego nurtu współczesnej kombinatoryki. Tym bardziej godne jest podkreślenia, że artykuły, na których opiera się rozprawa, zostały opublikowane w dobrych czasopismach kombinatorycznych: dwa z nich ukazały się w *Discrete Mathematics*, jeden w *European Journal of Combinatorics*, a ostatni w *Discrete and Computational Geometry*.

Rozprawa ma bardzo przejrzystą strukturę. Zaczyna się wstępem, w którym autor omawia dotychczasowe prace związane z zygzakami powierzchni i pokrótce przedstawia swoje dokonania; wskazuje również, które ze swoich wyników uważa za najistotniejsze. Kolejne rozdziały rozprawy (z wyjątkiem pierwszego, w którym wprowadzone są podstawowe pojęcia i definicje) przedstawiają i omawiają wyniki zawarte w artykułach opublikowanych przez autora pracy.

W pełni zgadzam się z autorem rozprawy, że najważniejszymi wynikami przedstawionymi w pracy są twierdzenia 2, 4, 6 i 8. Za najbardziej wartościowe osiągnięcie uważam wprowadzenie i zbadanie pojęcia z-monodromii. Twierdzenie 2, podające pełną klasyfikację z-monodromii ścian triangulacji, jest kluczowe dla dowodu twierdzenia 4 mówiącego o możliwości „rozdrobnienia” triangulacji w taki sposób, by otrzymana nowa triangulacja dopuszczała tylko jeden zygzak. Jest to jeden z najbardziej znaczących wyników rozprawy.

Analogiczne pojęcie z-monodromii dla par krawędzi pozwala na uzyskanie innego ważnego rezultatu – Twierdzenia 8 – mówiącego o istnieniu przekształcenia zmieniającego początkową z-homogeniczną triangulację w z-homogeniczną triangulację zawierającą dokładnie jeden zygzak. Na uwagę zasługuje również nieco zaskakujące Twierdzenie 6 będące jednym z nielicznych wyników pracy o ukrytym charakterze geometrycznym. Głosi ono, że krawędzie triangulacji pewnego szczególnego typu, definiowanego poprzez maksymalną rodzinę zygzaków, tworzą skierowany graf eulerowski.

Wszystkie powyższe twierdzenia udowodnione zostały w sposób elementarny, bez użycia zaawansowanych narzędzi kombinatorycznych czy geometrycznych. Nie deprecjonuje to jednak ich wartości. Odpowiadają one na naturalne pytania dotyczące zygzaków, a podane w pracy przykłady pokazują, że żadnego z nich nie można istotnie wzmocnić. Wprowadzenie przez autora pojęcia z-monodromii było bardzo trafnym i nieoczywistym pomysłem, a badanie zachowania zygzaków często wymagało niemałych umiejętności technicznych. Wagę wyników opisanych w rozprawie potwierdza ranga czasopism, w których przywołane rezultaty zostały opublikowane.

Uważam, że przedstawiona do oceny praca spełnia ustawowe i zwyczajowe wymagania stawiane rozprawom doktorskim, a mgra Adama Tyca należy dopuścić do dalszych etapów postępowania w sprawie nadania stopnia doktora.

