

## 2. STRESZCZENIE

Niniejsza praca podejmuje tematykę związków analizy harmoniczej z geometryczną teorią miary. Stanowi próbę systematycznego rozwinięcia teorii tzw. zbiorów  $s$ -Riesza, pojęcia wprowadzonego w pracy [RW06] w kontekście badania regularności miar wektorowych.

Rozdział 1 stanowi wprowadzenie do tematyki doktoratu i zawiera opis stosowanej metodologii. W Rozdziale 2 wprowadzono podstawowe definicje, a także omówiono wybrane klasyczne wyniki dotyczące związków analizy harmoniczej z geometryczną teorią miary.

Rezultaty zaprezentowane w pracy doktorskiej pochodzą z trzech prac:

- R. Ayoush, M. Wojciechowski, *On dimension and regularity of vector-valued measures under Fourier analytic constraints*, preprint, wysłano.
- R. Ayoush, D. Stolyarov, M. Wojciechowski, *Hausdorff dimension of measures with arithmetically restricted spectrum*, zaakceptowano w Annales Academiæ Scientiarum Fennicæ Mathematica
- R. Ayoush, M. Wojciechowski, *Microlocal approach to the Hausdorff dimension of measures*, preprint, wysłano.

Stanowią one zasadniczą część Rozdziałów 3-5 (odpowiednio).

W rozdziale 3 koncentrujemy się na problemie postawionym w [RW06], dotyczącym badania regularności miar wektorowych stowarzyszonych z wiązką  $\phi : \mathbb{R}^n \setminus \{0\} \rightarrow \mathbb{G}(k, \mathbb{C}^n)$ , tj. miar spełniających równość  $\widehat{\mu}(\xi) \in \phi(\xi)$  dla  $\xi \neq 0$ . Zamieszczone tutaj rezultaty stanowią rozszerzenie głównego wyniku pracy [RW06] (Twierdzenie 3 tamże), a także nawiązują do rezultatów z artykułu [ADHR19] (Twierdzenie 1.3. i Wniosek 1.4. tamże).

Rozdział 4 zawiera nową metodę szacowania wymiaru Hausdorffa miar na podstawie arytmetycznych własności elementów spektrum. Znajduje ona swoje zastosowanie w klasycznym problemie szacowania wymiaru Hausdorffa produktów Riesza, tj. miar postaci

$$(2.1) \quad \mu_{a,q} = \prod_{k=0}^{\infty} (1 + a \cos(2\pi q^k x)),$$

gdzie  $q \geq 3$  jest liczbą całkowitą i  $a \in [-1, 1]$ . Uzyskane wyniki, dla dostatecznie dużych  $q$  i  $|a|$  bliskich 1, poprawiają oszacowania wymiaru produktów Riesza znane z prac [HR03], [Pey75], [Fan93], [BMP87].

W rozdziale 5 zaprezentowano związki wymiaru Hausdorffa z analizą mikrolokalną. Udowodniono kryterium dające oszacowanie wymiaru Hausdorffa na podstawie wiedzy o zbiorze frontu falowego miary. Dzięki jego zastosowaniu dla miar Radona na sferze zespolonej uzyskujemy wyniki, które uogólniają klasyczne twierdzenia o regularności miar pluriharmonicznych, pochodzące od Aleksandrova i Forrelliego, udowodnione w [Ale85] i [For74].

## LITERATURA

- [ADHR19] A. Arroyo-Rabasa, G. De Philippis, J. Hirsch, and F. Rindler. Dimensional estimates and rectifiability for measures satisfying linear PDE constraints. *Geom. Funct. Anal.*, 29(3):639–658, 2019.

- [Ale85] A. B. Aleksandrov. Function theory in the ball. In *Several complex variables II. Function theory in classical domains. Complex potential theory. Transl. from the Russian by P.M. Gauthier and J.R. King*, page 1. Berlin: Springer-Verlag, 1985.
- [BMP87] G. Brown, W. Moran, and C. E. M. Pearce. Riesz products, Hausdorff dimension and normal numbers. *Math. Proc. Camb. Philos. Soc.*, 101:529–540, 1987.
- [Fan93] A. H. Fan. Quelques propriétés des produits de Riesz. *Bull. Sci. Math., II. Sér.*, 117(4):421–439, 1993.
- [For74] F. Forelli. Measures whose Poisson integrals are pluriharmonic. *Ill. J. Math.*, 18:373–388, 1974.
- [HR03] K. E. Hare and M. Roginskaya. A Fourier series formula for energy of measures with applications to Riesz products. *Proc. Am. Math. Soc.*, 131(1):165–174, 2003.
- [Pey75] J. Peyrière. Étude de quelques propriétés des produits de Riesz. *Ann. Inst. Fourier*, 25(2):127–169, 1975.
- [RW06] M. Roginskaya and M. Wojciechowski. Singularity of vector valued measures in terms of Fourier transform. *J. Fourier Anal. Appl.*, 12(2):213–223, 2006.

INSTITUTE OF MATHEMATICS, POLISH ACADEMY OF SCIENCES 00-656 WARSZAWA, POLAND  
Email address: rayoush@impan.pl