English

We derive results in ergodic optimization, multifractal formalism and fractal geometry.

We prove that the restricted variational principle holds for generic matrix cocycles over subshifts of finite type, i.e,

$$\begin{aligned} h_{top}(E(\vec{\alpha})) &= \inf\{P_{\vec{\Phi_{\mathcal{A}}}}(\vec{q}) - \vec{\alpha}.\vec{q} : \vec{q} \in \mathbb{R}^d\} \\ &= \sup\{h_\mu(T) : \mu \in \mathcal{M}(X,T) \text{ with } \chi(\mu, \vec{\Phi}_{\mathcal{A}}) = \vec{\alpha}\}, \end{aligned}$$

where $E(\vec{\alpha}) = \{x \in X;\ \lim_{n\to\infty} \frac{1}{n} \log \|(\mathcal{A}^{\wedge i})^n(x)\| = \alpha_i\}$.

We also show that for such cocycles over subshifts of finite type, the Lyapunov spectrum is equal to the closure of the set where the entropy spectrum is positive.

We consider a topological dynamical system, and define a subadditive potential Φ. We prove that for $t \to \infty$ any accumulation point of a family of equilibrium states of $t\Phi$ is a maximizing measure. We show that the Lyapunov exponent and entropy of equilibrium states for $t\Phi$ converge in the limit $t \to \infty$ to the maximum Lyapunov exponent and entropy of maximizing measures. We use the latter result to show the continuity of entropy spectrum at boundary of Lyapunov spectrum for generic matrix cocycles.

We extend the continuity result of the lower joint spectral radius that was proven for locally constant cocycles by Bochi-Morris [BM] to Hölder $GL(d,\mathbb{R})$-valued cocycles under the assumption that the linear cocycles admit a dominated splitting of index 1.

In the matrix cocycle case, we prove that the maximal Lyapunov exponent can be approximated by Lyapunov exponents of periodic trajectories under certain shadowing assumptions. Our approach differs considerably from the approach of Kalinin [Ka], who proved a similar result.

We also study a class of solenoidal expanding attractors Λ for which the contraction is not conformal. Under an assumption of transversality and assumptions on Lyapunov exponents for an appropriate Gibbs measure (stable Sinai-Ruelle-Bowen measure) imposing thinness, assuming also there is an invariant $C^{1+\alpha}$ strong stable foliation, we prove that Hausdorff dimension $\dim_H(\Lambda \cap W^s)$ is the same quantity t_0 for all W^s and else $\dim_H(\Lambda) = t_0 + 1$.

keywords:

zero temperature limits, maximal Lyapunov exponent, thermodynamic formalism, subadditive potentials, Lyapunov spectrum, matrix cocycles, domination, topological entropy, solenoid attractor, Hausdorff dimension.

Polish

W pracy zajmuję się optymizacją ergodyczną, formalizmem multifraktalnym, i geometrią fraktalną.

Dowodzę dla typowych kocykli macierzowych nad subprzesunięciami skończonego typu tak zwaną ograniczoną zasadą wariacyjną (restricted variational principle), to znaczy

$$\begin{aligned} h_{top}(E(\vec{\alpha})) &= \inf\{P_{\vec{\Phi_{\mathcal{A}}}}(\vec{q}) - \vec{\alpha}.\vec{q} : \vec{q} \in \mathbb{R}^d\} \\ &= \sup\{h_\mu(T) : \mu \in \mathcal{M}(X,T) \text{ with } \chi(\mu, \vec{\Phi}_{\mathcal{A}}) = \vec{\alpha}\}, \end{aligned}$$

gdzie $E(\vec{\alpha}) = \{x \in X;\ \lim_{n\to\infty} \frac{1}{n} \log \|(\mathcal{A}^{\wedge i})^n(x)\| = \alpha_i\}$. Pokazuję również, że dla takich kocykli widmo wykładników Lapunowa jest dodatnie na gęstym podzbiorze.

Dla subaddytywnego potencjału Φ zadanego na topologicznym układzie dynamicznym pokazuję, że dowolna *słaba granica stanów równowagi dla $t\Phi$ przy $t \to 0$ jest miarą maksymalizującą wykładnik Lapunowa; zachodzi również zbieżność wykładnika Lapunowa i entropii. Ten wynik używam następnie do pokazania ciągłości entropii na granicy widma Lapunowa dla typowych kocykli macierzowych.

Ciągłość tak zwanego "lower joint spectral radius" została pokazana dla lokalnie stałych kocykli macierzowych przez Bochi'ego i Morrisa w [BM], rozszerzam ten wynik do Hölderowskich kocykli o wartościach w $GL(d, \mathbb{R})$ posiadających zdominowany rozkład, indeksu 1.

W klasie kocykli macierzowych dowodzę, że przy pewnych założeniach o aproksymacji trajektoriami okresowymi, maksymalny wykładnik Lapunowa przybliża się wykładnikami Lapunowa trajektorii okresowych. Podobny wynik został uzyskany innymi metodami przez Kalinina w [Ka].

W pracy badam również klasę solenoidalnych rozciągających atraktorów Λ z niekonforemną kontrakcją w kierunku stabilnym. Zakładając transwersalność, warunki na wykładniki Lapunowa pewnej miary Gibbsa (stabilnej miary Sinai'a-Ruelle'a-Bowena) implikujące "cienkość" atraktora, jak również istnienie 1+hölderowskiej foliacji w kierunku silnie stabilnym, dowodzę, że wymiar Hausdorffa przecięcia atraktora z każdym liściem foliacji stabilnej przyjmuje tę samą wartość t_0. Dla całego solenoidu mamy $\dim_H(\Lambda) = t_0 + 1$.

Słowa kluczowe:

granica w zerowej temperaturze, maksymalny wykładnik Lapunowa, formalizm termodynamiczny, potencjały subaddytywne, widmo Lapunowa, kocykle macierzowe, warunek dominacji, entropia topologiczna, solenoid, wymiar Hausdorffa.