

Prof. dr hab. Jan Cholewa
Instytut Matematyki
Uniwersytet Śląski
Bankowa 14, 40-007 Katowice

tel./fax +48 32 2 582 976
e-mail: jan.cholewa@us.edu.pl
<http://www.math.us.edu.pl/zrr/jcholewa/index.html>

Katowice, 08.11.2019 r.

**Ocena osiągnięć
dr Anety Wróblewskiej-Kamińskiej
w związku z ubieganiem się o nadanie stopnia
doktora habilitowanego**

Dr Aneta Wróblewska-Kamińska jest specjalistką z teorii równań różniczkowych cząstkowych. Pracuje jako adiunkt w Instytucie Matematycznym Polskiej Akademii Nauk. Jest autorką lub współautorką 20 prac naukowych.

Wskazane we wniosku o przeprowadzenie postępowania habilitacyjnego osiągnięcie naukowe „Analiza matematyczna wybranych modeli hydrodynamicznych” obejmuje cykl sześciu publikacji, które zostały upowszechnione w latach 2016-2019. Są to:

- [1] Boundary layer for a non-Newtonian flow over a rough surface.
- [2] The asymptotic analysis of the complete fluid system on a varying domain: from the compressible to the incompressible flow.
- [3] Weak solutions to the full Navier-Stokes-Fourier system with slip boundary conditions in time dependent domains.
- [4] Unsteady flows of heat-conducting non-Newtonian fluids in Musielak-Orlicz spaces.
- [5] Flow of heat conducting fluid in a time-dependent domain.
- [6] On long-time asymptotics for viscous hydrodynamic models of collective behavior with damping and nonlocal interactions.

Wszystkie te prace obejmują wyniki uzyskane po doktoracie i ukazały się w czasopiśmie z listy Journal Citation Reports o uznanej renomie; SIAM Journal on Mathematical Analysis [1, 2], Journal de Mathématiques Pures et Appliquées [3], Nonlinearity [4], Zeitschrift für angewandte Mathematik und Physik [5] oraz Mathematical Models and Methods in Applied Sciences [6].

W nawiązaniu do współautorskich prac [1] oraz [3]-[6], przedstawione zostały oświadczenia dotyczące prowadzonych wspólnie badań. Na tej podstawie można stwierdzić, iż dr A. Wróblewska-Kamińska wniosła istotny wkład w powstanie tych publikacji. Przy tym w przypadku pracy [4], chociaż wkład autorów w tę publikację wyrażony został jako równy, oświadczenie bezpośrednio wskazuje, iż rola dr A. Wróblewskiej-Kamińskiej była w istocie bardziej znacząca; ukierunkowywała bowiem prowadzone badania.

Przedstawione w ramach osiągnięcia habilitacyjnego prace dotyczą zagadnień mechaniki płynów, będącej przedmiotem intensywnych badań w wielu ośrodkach naukowych na świecie.

W pracy [1] badane jest przybliżenie układu Stokesa i udowodnione są oszacowania błędów; odpowiednio,

$$\|u^\varepsilon - u_{app}^\varepsilon\|_{W^{1,p}(\Omega^\varepsilon)} \leq C(\varepsilon |\ln \varepsilon|)^{1+\frac{1}{p'}}$$

gdzie $1 < p \leq 2$ oraz

$$\|u^\varepsilon - u_{app}^\varepsilon\|_{W^{1,p}(\Omega^\varepsilon)} \leq C(\varepsilon |\ln \varepsilon|)^{\frac{1}{p-1} + \frac{1}{p}}$$

gdzie $p \geq 2$. W prowadzonych rozważaniach istotna jest przy tym analiza układu warstwy brzegowej, dla którego pokazano istnienie jednoznacznego słabego rozwiązania uzyskując następnie efekt jego eksponencjalnej zbieżności.

W pracy [2] badane są rozwiązania układu Naviera-Stokesa-Fouriera w obszarze postaci

$$\Omega_\varepsilon = \frac{1}{\varepsilon^\delta} B_{R_0}(0) \setminus \left(\bigcup_{i=1, \dots, N} \varepsilon^\beta B_{r_i}(x_i) \right).$$

gdzie $\delta > 1$, $\beta \in (0, \frac{1}{4})$. Gdy $\varepsilon \rightarrow 0$ pokazana jest tu zbieżność gęstości ρ_ε , prędkości $\mathbf{u}_\varepsilon$ oraz temperatury ϑ_ε , a w tym między innymi słaba zbieżność przy spoczynkowej dystrybucji temperatury $\bar{\vartheta}$

$$\begin{aligned} \frac{\vartheta_\varepsilon - \bar{\vartheta}}{\varepsilon} &\rightharpoonup \Theta \text{ w } L^2(0, T; W^{1,2}(K)), \\ \mathbf{u}_\varepsilon &\rightharpoonup \mathbf{U} \text{ w } L^2(0, T; W^{1,2}(K; \mathbb{R}^3)) \end{aligned}$$

oraz mocna zbieżność

$$\mathbf{u}_\varepsilon \rightarrow \mathbf{U} \text{ w } L^2((0, T) \times K; \mathbb{R}^3),$$

gdzie K jest dowolnym zwartym podzbiorem $\mathbb{R}^3$, a $\mathbf{U}$ oraz Θ to prędkość i temperatura w modelu Oberbecka-Boussinesqa.

W pracy [3] badany jest układ Naviera-Stokesa-Fouriera bez sił zewnętrznych w zależnym od czasu obszarze Ω_t . Dla tego układu, przy stosownym sformułowaniu pojęcia słabego rozwiązania, udowodnione zostało twierdzenie o istnieniu rozwiązania. Wynik ten dotyczy sytuacji gdy współczynniki lepkości w tensorze naprężeń są stałe, aczkolwiek w odrębnej dyskusji dopuszczona jest ich zależność od temperatury, w którym to przypadku analiza modelu jest możliwa w oparciu o techniki

rozwijane przez E. Feireisla, bezsprzecznie stanowiące znaczące źródło inspiracji dla badanych modeli.

W pracy [4] rozważany jest model nieściśliwego przepływu przewodzącego ciepło płynu nienewtonowskiego z warunkami dla tensora naprężeń, pozwalającymi w swojej ogólności na uwzględnienie zjawiska, które wiąże się z możliwością wystąpienia sił wewnętrznych przekładających się na gwałtowny wzrost lepkości. Dla tego modelu pokazane jest istnienie słabego rozwiązania, spełniającego tożsamości związane z równaniem ciągłości, równaniem momentu oraz równaniem energii, a przy tym takiego, że symetryczna część gradientu prędkości leży w stosownie dobranej przestrzeni typu Musielaka-Orlicza.

W pracy [5] ponownie został objęty badaniami układ Naviera-Stokesa-Fouriera w obszarze zależnym od czasu - jak wcześniej w [3], ale w sformułowaniu ujmującym bilans entropii. Dla takiego układu pokazane zostało istnienie rozwiązania. Przyjęte założenia dopuszczają tu wspomnianą uprzednio w [3] zależność współczynników μ, ζ w tensorze naprężeń od temperatury; mianowicie spełniają one warunki

$$0 < \underline{\mu}(1 + \vartheta) \leq \mu(\vartheta) \leq \bar{\mu}(1 + \vartheta), \quad \sup_{\vartheta \in [0, \infty)} |\mu'(\vartheta)| \leq \bar{m},$$

$$0 \leq \zeta(\vartheta) \leq \bar{\zeta}(1 + \vartheta).$$

Z kolei zawarta w [5] odrębna uwaga wskazuje na możliwość rozważania μ (jak również „molekularnego współczynnika transportu” κ_M) z ograniczeniem dolnym i górnym danym funkcją $1 + \vartheta^\alpha$, $\alpha \in (\frac{2}{3}, 1]$, podobnie jak w monografii E. Feireisla i A. Novotnego.

W pracy [6] rozważany jest układ hydrodynamiczny uwzględniający w szczególności obecność potencjału interakcji $K : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$. Poza wynikiem dotyczącym istnienia słabych rozwiązań została tu uzyskana charakteryzacja wiążącego się z rozwiązaniem zbioru stanów granicznych. Przyjmując z kolei, iż występuje potencjał ograniczający $\Phi = \frac{|x|^2}{2}$ pokazano dla gęstości dodatkowy efekt asymptotyczny; mianowicie

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \int_{\mathbb{R}^3} x \rho(t, x) dx = 0.$$

Poziom naukowy przedstawionych prac jest wysoki, a patrząc całościowo na cykl publikacji [1]-[6] nie ulega wątpliwości, iż zawierają one interesującą analizę zagadnień mechaniki płynów wnosząc wartościowy wkład w teorię równań różniczkowych cząstkowych.

Poza omówionymi powyżej pracami [1]-[6] w dorobku dr A. Wróblewskiej-Kamińskiej mieści się ponadto 14 publikacji. Wśród nich, oprócz licznej grupy prac nawiązujących tematycznie do zagadnień mechaniki płynów, dwie prace poświęcone są quasiliniowym równaniom parabolicznym i dotyczą istnienia rozwiązań z warunkami początkowymi w $L^1(\Omega)$ oraz zbieżności rozwiązań otrzymanych poprzez dyskretyzację. Dwa dalsze artykuły ujmują wyniki egzystencjalne dla nieliniowych

zagadnień eliptycznych, a w tym inkluzji różniczkowych. Spektrum podejmowanych zagadnień badawczych poszerza publikacja chronologicznie bezpośrednio poprzedzająca cykl prac składających się na osiągnięcie habilitacyjne, a dotycząca równania ewolucyjnego z pochodną rzędu drugiego po czasie

$$\partial_{tt}u - \nabla \cdot a(\nabla \partial_t u) - \Delta u = f,$$

dla którego pokazane jest istnienie rozwiązań dystrybucyjnych takich, że $\nabla \partial_t u$ oraz $a(\nabla \partial_t u)$ leżą w anizotropowych klasach Orlicza.

Cechą prowadzonych badań widoczną zarówno w cyklu prac składających się na osiągnięcie habilitacyjne jak i w całości dorobku publikacyjnego jest konsekwentne podejmowanie trudnych problemów wymagających nietrywialnych metod analizy oraz intensywne rozwijanie współpracy naukowej. Warto tu wspomnieć, że lista współpracowników naukowych dr A. Wróblewskiej-Kamińskiej liczy obecnie 15 nazwisk i obejmuje matematyków z krajowych i zagranicznych ośrodków naukowych; w tym uznanych specjalistów. Dobra jest widoczność publikacji z dorobku dr A. Wróblewskiej-Kamińskiej w bazach cytowań; MathSciNet odnotowuje obecnie sumarycznie 137 cytowań, a Web of Science 135.

Dr A. Wróblewska-Kamińska kierowała projektami Sonata oraz Iuventus Plus, współkoordynowała projekt polsko-czeski. Była wykonawcą grantów NCN oraz stypendialnych grantów zagranicznych. Wielokrotnie przebywała w zagranicznych ośrodkach naukowych; w tym w Imperial College London, Université Paris Diderot oraz w Czeskiej Akademii Nauk. Wygłaszała referaty na konferencjach w Polsce oraz za granicą, jak również współorganizowała konferencje. Organizowała wykłady w ramach studiów doktoranckich. Współpracowała jako recenzent ze specjalistycznymi czasopismami matematycznymi.

Przedstawiony wniosek habilitacyjny oparty jest na znaczącym dorobku uzyskanym w tematyce badawczej o światowym zasięgu, w którą dr A. Wróblewska-Kamińska wniosła wartościowy wkład. Wieńczący ten dorobek cykl publikacji, który składa się na osiągnięcie habilitacyjne został przy tym upowszechniony w okresie ostatnich czterech lat, co odrębnie uwidacznia wysoki poziom aktywności naukowej.

Uważam, że spełnione zostały wymagania habilitacyjne; w tym określone w art. 16 Ustawy z dnia 14 marca 2003 roku o stopniach naukowych i tytule naukowym oraz stopniach i tytule w zakresie sztuki. Stwierdzając to, wyrażam pozytywną opinię w sprawie nadania dr Anecie Wróblewskiej-Kamińskiej stopnia naukowego doktora habilitowanego w dziedzinie nauk ścisłych i przyrodniczych w dyscyplinie matematyka.



Jan Cholewa