

Wrocław, 14. grudnia 2019 r.

Światosław Gal
Instytut Matematyczny
Uniwersytetu Wrocławskiego
pl. Grunwaldzki 2/4
50-384 Wrocław
sgal@math.uni.wroc.pl

Recenzja rozprawy habilitacyjnej Artema Dudki
pt. Characters of discrete groups and related questions

Ogólna charakterystyka naukowa kandydata

Habilitant jest dojrzałym kandydatem do stopnia doktora habilitowanego. Doktorat obronił w 2012 r. w Uniwersytecie w Toronto, po czym był cztery lata postdockingiem w Stony Brook a następnie przez rok znowu w Toronto. Od dwu lat jest zatrudniony w IM PAN.

Oprócz tematyki prac wchodzących w skład rozprawy habilitacyjnej dr Dudko zajmuje się dynamiką holomorficzną.

Omówienie rozprawy

Podstawą wniosku habilitacyjnego jest cykl siedmiu prac. Trzy z nich są pracami z Rościśławem Grigorczukiem, trzy — z Konstantynem Medyńcem, jedna jest pracą samodzielną. Główne obiektami badanym w tych pracach są grupy typu *Higmana-Thompsona* oraz grupy *gałązkowe* i *słabogałązkowe* zdefiniowane przez Grigorczuka oraz ich działania i reprezentacje.

Gównym zadaniem jest albo (jeśli to możliwe) opisanie *nieprzywidylnych charakterów*, albo udowodnienie nierównoważności unitarnej pewnych (naturalnie zdefiniowanych) unitarnych reprezentacji (*faktorialnych skończonego typu*).

W pracy [H3] autorzy rozpatrują ergodyczne działanie przeliczalnej grupy G na standardowej przestrzeni probabilistycznej (X, μ) , które zachowuje klasę miary μ . Z takim działaniem można związać następujące reprezentacje (lub rodziny reprezentacji):

- reprezentację *Koopmana* κ na $L^2(X, \mu)$,
- reprezentację *grupoidową* π na L^2 na relacji orbitowej działania, oraz
- reprezentacje *kwaziregularne* ρ_x na $\ell^2(Gx)$.

Autorzy pokazują, że dla prawie każdego $x \in X$ reprezentacje ρ_x oraz π są unitarnie równoważne oraz są słabo zawarte w π . Ponadto, jeśli działanie jest *hiperskończone* to π oraz κ są unitarnie równoważne.

Wnioskiem z unitarnej równoważności lub słabego zawierania jest równość bądź zawieranie widm elementów algebry grupowej. Zaskakujące jest, że punktem wyjścia do tej pracy była

uwaga z pracy Bartholdiego i Grigorczyka z 2011 r., że taka równość zachodzi dla skończenie generowanych grup i działań na brzegu pochodzących z działania na ukorzenionym drzewie (uwaga ta była ćwiczeniem dla czytelnika).

Autorzy [H3] wyliczają ponadto spektrum prostego spaceru losowego na (słynnej) grupie Grigorczyka.

W pracy [H1] Habilitant pokazuje nieprzywiedlność reprezentacji Koopmana dla kanonicznego działania grup typu Higmana-Thompsona. Wynik taki (choć spisany dla konkretnych grup $F_{1,2}$ oraz T) został niezależnie uzyskany (innymi metodami) przez Łukasza Garncarka.

Dr Dudko wyabstrahował ogólne własności takich działań zapewniające nieprzywiedlność (*measure contracting*). Innym przykładem działań o tej własności są definiujące działania podwykładniczo ograniczonych grup słabogałzkowych na brzegu drzewa ukorzonego. Jest to też rezultat [H1]. W [H2] autorzy pokazują, że w tym przypadku (przy naturalnym założeniu sferyczności drzewa) reprezentacje kwaziregularne nie są równoważne reprezentacjom Koopmana (dla żadnej miary Bernoulli'ego) na brzegu drzewa. Ponadto te reprezentacje kwaziregularne (dla różnych orbit) oraz Koopmana (dla różnych miar) są nierównoważne między sobą. Ten ostatni wynik pokazuje istnienie niepreliczalnie wielu nieprzywiedlnych reprezentacji takiej grupy.

Wyniki powyższe pokazują, że słabogałzkowe grupy mają bardzo bogate reprezentacje. W pracy [H5] autorzy dowodzą, że nierozkładalny charakter grup typu Higmana-Thompsona jest charakterem reprezentacji regularnej lub faktoryzuje się przez abelianizację. Oznacza to, między innymi, że każde ergodyczne, zachowujące miarę, działanie komutanta takich grup jest *właściwie wolne* ("nie ma IRS-ów" (nietrywialnych normalnych losowych pdgrup" w modnym ostatnio języku).

W pracy [H6] autorzy opisują charaktery pełnych grup prostych diagramów Bratellego a w pracy [H7] opisują IRS-y w takich grupach.

Ocena tematyki

Obiekty, którymi zajmuje się Habilitant, są intensywnie badane przez teoretyków grup oraz dynamików. Wyniki uzyskane przez Habilitanta są interesujące i nietrywialne. Hipotezy, z którymi się mierzy (np. metahipoteza Vershika) są dobrze ugruntowane.

Artem Dudko współpracował z kilkoma matematykami, najpierw w Charkowie, potem Toronto, w końcu z Grigorczykiem i jego uczniem Medyńcem. Za każdym razem wynikiem takiej współpracy były cenne publikacje. Należy założyć, że Habilitant tę zdolność zachowa.

Ocena istotności wyników

Ocena prezentacji wyników

Doktor Dudko jest autorem lub współautorem dwudziestu prac. Publikuje w dobrych lub bardzo dobrych (*Ergodic Theory and Dynamical Systems*) czasopismach. Aktywnie prezentuje uzyskane wyniki na seminariach.

Konkluzja:

Zarówno rozprawa, jak i cały dorobek Habilitanta stanowią znaczny wkład w rozwój matematyki. Jego prace mieszczą się w głównym nurcie teorii układów dynamicznych i teorii grup. Wnoszę zatem o dopuszczenie dra Artema Dudki do dalszych etapów przewodu habilitacyjnego.



/Światosław R. Gal/