dr hab. Tomasz Kania, prof. UJ
Instytut Matematyki
Wydział Matematyki i Informatyki
Uniwersytet Jagielloński
Kraków, Łojasiewicza 6

Kraków, 19 października 2021

Ocena osiągnięcia naukowego dr. Jana Rozendaala pt. *Analiza harmoniczna na przestrzeniach Banacha i teoria stabilności dla równań ewolucyjnych*

Pan dr Jan Rozendaal uzyskał z wyróżnieniem magisterium z matematyki na Uniwersytecie w Lejdzie w roku 2011 na podstawie dysertacji napisanej pod kierunkiem Marcela de Jeu by podjąć następnie studia doktoranckie na Uniwersytecie Technicznym w Delfcie, które zakończone zostały w 2015 obroną rozprawy dotyczącej rachunków funkcyjnych, napisanej pod kierunkiem Markusa Haasego oraz Bena de Pagtera.

Ciekawa jest ścieżka kariery akademickiej Habilitanta. W roku 2015 rozpoczął on pracę w Instytucie Matematyki Polskiej Akademii Nauk w Warszawie by w 2017 wyjechać na staż podoktorski na Australijski Uniwersytet Narodowy a następnie powrócić w 2020 do IM PAN, gdzie jest zatrudniony na stanowisku adiunkta do dziś.

Pan dr Jan Rozendaal jest autorem bądź współautorem trzynastu prac indeksowanych przez bazę MathSciNet oraz pięciu kolejnych prac, które w formie preprintów zamieszczone są w repozytorium na stronie `arXiv` oraz większość z nich jest zaakceptowana do publikacji. Według bazy MathSciNet prace dr. Rozendaala cytowane były 62 krotnie podczas gdy bardziej liberalny Google Scholar wskazuje liczbę 176 (która zdaje się być bliższa rzeczywistości, gdyż uwzględnia także wspomniane preprinty); prace dr. Rozendaala są zauważalene i rezonują w społeczności matematycznej, co przekłada się na markę i swoistą rozpoznawalność Habilitanta w środowisku.

Habilitant publikuje swoje prace w świetnych, bardzo dobrych bądź co najmniej dobrych czasopismach naukowych by wymienić tylko *Advances in Mathematics, Transactions of the American Mathematical Society, Journal of Functional Analysis* czy *Quarterly Journal of Mathematics*.

Przejdźmy do omówienia rzeczonego osiągnięca Habilitanta na które składa się cykl pięciu współautorskich prac, które ukazały się w latach 2017–2019 (cztery prace wspólne z Veraarem oraz jedna z Seifertem i Stahnem). Habilitant przedstawił stosowne oświadczenia o współautorswie, w każdym przypadku zaznaczając równy wkład wszystkich współautorów (a zatem przy zawsze niewielkiej liczbie autorów, istotny). Łączna liczba stron prac stanowiących osięgnięcie wynosi 167, co skłania mnie do omówienia w niniejszej recenzji wyłącznie najważniejszych twierdzeń czy wniosków zawartych w rzeczonych pracach. Szczęśliwie, autoreferat napisany starannie przez Habilitanta pozwala na skuteczną nawigację między wynikami; sam będę używał numeracji prac z autoreferatu.

Na wstępie pragnę zaznaczyć, że badania Habilitanta (ogólnie rzecz ujmując koncentrujące się wokół półgrup operatorów, głównie typu C_0, ich tempa gaśnięcia oraz innych jakościowych własności, różnorakich rachunków funkcyjnych, mnożników Fouriera etc.) można umiejscowić w głównym nurcie współczesnej analizy funkcjonalnej, a dokładnie tej jej części, która nie jest li tylko rozwijana sama dla siebie, a stosuje się na przykład w jakościowej teorii równań różniczkowych. W rzeczy samej, mówiąc teraz z bardzo ogólnej perspektywy, metody stosowane przez Habilitantna są z jednej strony właściwe dla tej części szeroko pojętej analizy (na przykład, metody teorii spektralnej w teorii operatorów nieograniczonych i ich rezolwent) a z drugiej strony poziom ich opanowania i kreatywnej rozbudowy (jak w przypadku operatorowo-wartościowych mnożników Fouriera) jest imponujący.

(R1) *Optimal rates of decay for operator semigroups on Hilbert space*

W mojej opinii jest to najważniejsza część przedstawionego osięgnięcia. Zasadniczym celem pracy jest istotne wzmocnienie wyników pracy

- C.J.K. Batty, R. Chill, Y. Tomilov, Fine scales of decay of operator semigroups, *J. Eur. Math. Soc.* **18**(4) (2016) 853–929.

w której autorzy zajmują się dość klasycznym problemem szacowania normy $T(t)A^{-1}x$ dla dostatecznie dużych t, gdzie $(T(t))$ jest C_0-półgrupą operatorów na przestrzeni Hilbeta a A jest jej generatorem infinityzemalnym. W omawianej pracy oszacowania $\|T(t)A^{-1}\|$ (z dołu i z góry) wyrażone są przy pomocy supremów norm M operatora rezolwenty generatora infinityzymalnego, $R(is, A) = (isI_H - A)^{-1}$, na coraz większych podprzedziałach odcinka prostej urojonej (oraz pewnej *logarytmicznej* modyfikacji tego operatora). Jest bardzo ciekawe, że oszacowania zostały uzyskane zasadniczo pod raczej słabym założeniem *dodatniego wzrostu* funkcji M, tj. spełniania przez nią warunki $M(\lambda s)/M(s) \geqslant c\lambda^\alpha$ dla pewnych $\alpha > 0$, $c \in (0, 1]$, $s_0 \geqslant a$ oraz $s \geqslant s_0$.

Twierdzeniem-matką większości rezultatów pracy (składających się na dowód głównego twierdzenia) jest Theorem 3.2, które pozwala szacować tempo gaśnięcia $\|T(t)A^{-1}\|$ w przpadku, gdy istnieje funkcja M dodatniego wzrostu majoryzująca normę operatora rezolwenty $R(is, A)$.

Analiza dowodu jest bardzo pouczająca, gdyż sprowadza szacowanie normy $T(t)A^{-1}x$ do pewnego całkowego uśrednienia przesunięcia $T(t - \cdot)$ na odpowiednio, rekurencyjne dobranych elementach przestrzeni, co pozwala na efektywne rachunki w oparciu standardowe dla tej dziedziny techniki (transformata Fouriera, pochodne dystrybucyjne, wygładzanie). Idea dowodu, mimo, że prosta do wysłowienia, jest moim zdaniem trudna do zrealizowania, niemniej autorom pracy udaje się to doskonale. Możliwe, że samo (dość ogólne) Theorem 3.2 powinno było być lepiej zareklamowane we wstępie pracy.

(R2) *Sharp growth rates for semigroups using resolvent bounds*

Jest to pierwsza z kolejnych czterech prac składających się na części osiągnięcia napisana wspólnie z Veraarem.

Na główny rezultat pracy składaja się górne oszacowanie normy C_0-półgrupy operatorów $(T(t))$ (tym razem na pewnych klasach przestrzeni Banacha bądź przy dodatkowych założeniach o półgrupie) o generatorze infinityzemalnym A o tej własności, że rezolwenta $-A$

zawiera półpłaszczyznę $\mathbb{C}_-$. Walorem tego twierdzenia jest unifikacja znanych twierdzeń teorii półgrup (na przykład, słynne twierdzenie Gearharta–Prüssa jest tutaj szczególnym przypadkiem a także można uzyskać pewne analogonów tego twierdzenia dla przestrzeni L_p (wyniki Weisa)). Praca w sposób zasadniczy używa teorii mnożników Fouriera. Połączenie teorii mnożników Fouriera z szacowaniem tempa gaśnięcia półgrup zostało zauważone już dwadzieścia lat temu w pracy Latushkina i Shvydkoya, jednak metody użyte przez autorów stanowią istotne usprawnienie i jako takie uzaję je (a metody te pojawiają się także w innych pracach) za istotny wkład w teorię półgrup operatorowych. Walorem pracy są zastosowania do zaburzonego równania falowego na 2-torusie; w szczególności rozwiązany jest problem z pracy

- M. Renardy. On the linear stability of hyperbolic PDEs and viscoelastic flows. *Z. Angew. Math. Phys.*, **45**(6):854–865, 1994.

(R3) *Stability theory for semigroups using* (L_p, L_q) *Fourier multipliers*

Ta niemal pięćdziesięciostronicowa praca stanowi swoiste *tour de force* po teorii mnożników Fouriera (w tym głównie operatorowo-wartościowych, której to teorii Habilitant jest współtwórcą; zob. opis (R4) niżej) i jej zastosowań do teorii półgrup operatorowych. Autorzy badają wielomianową/wykładniczą stabilność C_0-półgrup operatorowych z punktu widzenia rzeczonej teorii. Pięknym wynikiem jest całkowita charakteryzacja wielomianowego tempa wygasania orbit takich półgrup przy użyciu własności spektralnych rezolwent stowarzyszonych naturalnie z (L_p, L_q)-mnożnikami Fouriera. Wyniki są na tyle ogólne, że nie wymagają wygodnego zwykle założenia jednostajnej ograniczoności, li tylko zależą od własności rezolwent tychże mnożników. Z uwagi na mnogość wyników zawartych w pracy, nie będę silil się na cytowanie dokładnie tych, które uważam za główne.

Z mojego punktu widzenia wyniki pracy są podwójnie wartościowe gdyż twórczo i istotnie wykorzystują teorię typu/kotypu przestrzeni Banacha i jako takie stanowią bardzo ciekawe łącze z geometrią przestrzeni Banacha. Głębia wyników oraz metod jest godna podziwu; autor jest bez wątpienia ekspertem w części teorii półgrup motywowanej i stymulowanej analizą harmoniczną. Jestem też zadowolony, że praca jest skonstruowana tak a nie inaczej, gdyż jej struktura znacząco ułatwia zapoznanie się z wynikami, a piszę to wiedząc, że wielu autorów kusiłoby rozbicie tej pracy na co najmniej trzy różne.

(R4) *Fourier Multiplier Theorems Involving Type and Cotype*

Zdaje się, że byłoby naturalniej by w prezentacji zamienić miejscami pozycje (R3) i (R4) (oraz (R5)) gdyż ta (R3) istotnie korzysta z (R4), w której autorzy rozwijają teorię operatorowo-wartościowych mnożników Fouriera na przestrzeniach Bochnera przy różnych p, q.

Autorzy z sukcesami ukazują, że możliwe jest przeniesienie wyników teorii mnożników Fouriera $L_p(S, X) \to L_p(S, X)$ na sytuacje w której wykładniki hölderowskie są różne, i co równie ważne, wykazują oni że w wielu sytuacjach można obejść się z wygodnym założeniem o tym, że przestrzeń X jest UMD (*uniform martingale differences*) pracując w zamian z przestrzeniami o nietrywialnym typie/kotypie.

(R5) ***Fourier multiplier theorems on Besov spaces under type and cotype conditions***

Linia badań podjęta w (R4) jest kontynuowana w rzeczonej pracy z naciskiem na przestrzenie Biesowa, przy czym celem jest osłabienie bądź całkowita rezygnacja z założeń gładkościowych co do samego mnożnika Fouriera. To uszczegółowienie pola badań do przestrzeni Besowa (które są szczególnie istotne i badane w przypadku $L_p(\mathbb{R}, X) \to L_p(\mathbb{R}, X)$) daje doskonałą możliwość przyswojenia teorii autorów niejako *w akcji*. Jako komentarz dodam, że własnie w tej pracy dowody były dla mnie najłatwiejsze do śledzenia.

Inne prace autora niewchodzące w skład osiągnięcia

Oprócz wyszczególnionych wyżej prac, dr Rozendaal jest autorem bądź współautorem kolejnych trzynastu prac, których większość oscyluje wokół teorii mnożników (nie tylko Fouriera, ale także Schura), rachunków funkcyjnych, a także kratowej dodatniości. Autor ma w zwyczaju pisać długie bądź bardzo długie prace (najdłuższa liczy 59 stron), które niczym dobrze napisane sztuki teatralne pozwalają w odpowiednim tempie dotrzeć do głównych wyników. Co więcej, Habilitant wydaje się mieć dużą zdolność do współpracy naukowej angażując się w różnorakie projekty w mniej lub bardziej długoterminowo zorganiowanych parach/zespołach badawczych.

Najbliższą memu sercu jest praca autora z Marcelem de Jeu pt. *Disintegration of positive isometric group representations on* L^p*-spaces*, w której podjęte są badania nad sposobem zespajania przestrzeni Banacha tworzących mierzalne pole w konstrukcji, którą po polsku nazwałbym L_p*-całką prostą przestrzeni*, która to szczególnych przypadkach $p = 2, \infty$ używana jest w teorii algebr von Neumanna. Wydaje się, że stąd właśnie pochodzi oryginalna motywacja autorów mimo, że kierunek rozważań w pracy jest zgoła inny. Nawet w przypadku $p = 2$ praca prezentuje nowatorskie spojrzenie, gdyż punktem wyjścia są kraty Banacha, a nie algebry operatorowe. Praca (opublikowana w 2017) zdaje się bazować na pracy magisterskiej Habilitanta i to, że została w końcu opublikowana bardzo mnie cieszy.

Praca *Functional calculus for semigroup generators via transference*, napisana wspólnie z Markusem Haase a opublikowana w *Journal of Functional Analysis*, sama w sobie jest istotnym wkładem w teorię rachunków funkcyjnych ze względu na funkcje z przestrzeni Hardy'ego H^∞. Praca ta została doceniona przez środkowisko co jest odzwierciedlone w relatywnie dużej liczbie cytowań. Na uwagę zdecydowanie zasługuje też praca *Operator Lipschitz functions on Banach spaces* napisana wspólnie z Sukoczewem oraz Tomskową, w której autorzy rozwijają teorię podwójnie operatorowych całek na przestrzeni operatorów ograniczonych między dwiema przestrzeniami Banacha.

Ocena pozostałych aspektów działalności Habilitanta

Bez wahania można stwierdzić, że doświadczenie Habilitanta ma charakter wysoce międzynarodowy biorąc pod uwagę nie tylko pobyt w Australii, ale także regularną współpracę z matematykami z takich ośrodków jak Drezno, Oksford, Newcastle, Sydney i nie tylko. Ponado, dr Rozendaal odwiedzał takie miejsca jak Berkeley, Evanston, Seattle, Lancaster, Auckland, oraz Instytut Mittag-Lefflera w Sztokholmie.

Dr Rozendaal aktywnie służy społeczności jako recenzent, dzieląc się swoimi opiniami z takimi renomowanymi czasopismami jak *Advances in Mathematics, Journal of Functional Analysis, Proceedings of the American Mathematical Society*, czy *Studia Mathematica*.

Na pochwałę zdecydowanie zasługuje działalność dydaktyczna Habilitanta, który mimo, że zatrudniony w jednostce czysto naukowej znajduje czas i motywację do prowadzenia zajęć, na przykład na Uniwerstecie Warszawskim, co zapewne wpływa stymulująco na jego działalnosć naukową. Wcześniej, podczas pobytu w Australii był kierownikiem i wykładowcą przedmiotu *Probability theory and applications*.

Dr Rozendaal jest również aktywny organizacyjnie uczestnicząc w organizacji konferencji i seminariów. Dobrze ugruntowana pozycja w środowisku dr. Rozendaala znajduje odzwierciedlenie w zaproszeniach na odczyty (w tym plenarne) na konferencjach na całym świecie oraz specjalistyczne seminaria.

Obecnie Habilitant realizuje duży grant NCN pod zgrabnym tytułem *Szortskie fale niezmiennicze*, którego efekty już są widoczne w postaci preprintów umieszczonych w Internecie. Wcześniej byl on także wykonawcą w innych grantach w Polsce, Australii oraz Holandii.

Konkluzja

Habilitant przedstawił jako osiągnięcie naukowe spójny tematyczie cykl prac dotyczący teorii (półgrup) operatorów inspirowanych i wykorzystujących istotnie metody analizy harmonicznej, których wyniki znajdują zastosowanie w jakościowej teorii równań różniczkowych cząstkowych, nie stroniąc przy tym od odważnego wychodzenia poza przestrzenie Hilberta do ogólniejszych klas przestrzeni, gdzie potrzeba dalszej biegłości w geometrii przestrzeni Banacha. Przedstawione wyniki są bardzo głębokie i wyraźnie rezonują w środowisku matematycznym. Niektóre z nich dały zaczątek nowej teorii operatorowo-wartościowych mnożników Fouriera, która sama w sobie jest warta dalszego badania.

Z pełnym przekonaniem i bez cienia wątpliwści pragnę stwierdzić, że całym sercem popieram wniosek o nadanie Panu dr. Janowi Rozendaalowi stopnia doktora habilitowanego. Ponadto wnoszę uprzejmie o wyróżnienie rzeczonej habilitacji.

(-) dr hab. Tomasz Kania, prof. UJ

Tomasz Kania