

Recenzja rozprawy habilitacyjnej pt.
**„Struktury C^* -algebr zadanych przez relacje typu
dynamicznego”**

oraz dorobku naukowego dra

BARTOSZA KOSMY KWAŚNIEWSKIEGO

Niniejszą recenzję opracowano na zlecenie Dyrektora Instytutu Matematycznego Polskiej Akademii Nauk w Warszawie prof. dra hab. Feliksa Przytyckiego z dnia 26. września 2017 roku.

1 Życiorys naukowy kandydata

Dr Bartosz Kosma Kwaśniewski ukończył studia matematyczne na Wydziale Matematyczno-Fizycznym Uniwersytetu w Białymstoku w 2003 roku, uzyskując uprzednio także stopień licencjata w zakresie matematyki finansowej – również na Wydziale Matematyczno-Fizycznym UWB. Niespełna sześć lat później obronił doktorat w Instytucie Matematycznym Polskiej Akademii Nauk w Warszawie. Jeszcze przed zakończeniem studiów podjął pracę na stanowisku asystenta w Instytucie Matematyki na Uniwersytecie w Białymstoku, a po uzyskaniu stopnia doktora został tam adiunktem. Następnie, w latach 2013–2014, pracował jako adiunkt w Instytucie Matematycznym PAN w Warszawie, a od października 2014 r. do września 2016 r. pracował na stanowisku po-doktorskim na Uniwersytecie Południowej Danii w Odense.

2 Dorobek naukowy

2.1 Prace składające się na rozprawę habilitacyjną

2.1.1 Crossed products by endomorphisms and reduction of relations in relative Cuntz-Pimsner algebras

Praca poświęcona jest konstrukcji iloczynu krzyżowego C^* -algebry przez dowolny endomorfizm. Wprowadzony jest dodatkowy „parametr” w postaci ideału ortogonalnego do jądra rozważanego endomorfizmu. Uzyskana elastyczna definicja iloczynu krzyżowego pozwala zbadać strukturę iloczynu krzyżowego i powiązać badaną konstrukcję ze zdefiniowanymi wcześniej konstrukcjami w szczególnych przypadkach.

Praca jest cytowana stosunkowo szeroko (9 cytowań według MathSciNet na dzień 16. października 2017 r.), co pokazuje, że została zauważona w środowisku.

2.1.2 C*-algebras generalizing both relative Cuntz-Pimsner and Doplicher-Roberts algebras

W pracy tej autor bada C*-algebry stowarzyszone z ideałami w C*-pre-kategoriach. Jej wyniki unifikują wiele rezultatów uzyskanych przy pomocy C*-modułów hilbertowskich jak i C*-kategorii tensorowych. W szczególności udowodnione są dość zawile wyniki dotyczące struktury omawianych C*-algebr.

2.1.3 Topological freeness for Hilbert bimodules

Głównym wynikiem pracy jest twierdzenie, że jeśli bimoduł hilbertowski X nad C*-algebrą A spełnia warunek zwany topologiczną wolnością częściowego homeomorfizmu dwoistego do X , to A jest izomorficzna z iloczynem krzyżowym A przez \mathbb{Z} nad X . Wynik ten pozwala np. zbadać kratę ideałów w $A \rtimes_{\mathbb{Z}} X$.

Praca ma na dzień 16. października 2017 r. 3 cytowania według MathSciNet.

2.1.4 Crossed products for interactions and graph algebras

Praca omawia iloczyn krzyżowy C*-algebry z jedynką przez „oddziaływanie” (ang. *interaction*), t.j. przez izomorfizm pomiędzy dwoma dziedzicznymi podalgebrami. Wyniki obejmują kryterium prostoty takiego iloczynu krzyżowego oraz odpowiednią wersję ciągu dokładnego Pimsnera-Voiculescu. Przykłady omawianych struktur pochodzą np. od niektórych endomorfizmów (tzw. odwracalnych), ale nie tylko. Autor podaje przykłady „interakcji” mających źródło w teorii grafów, nie pochodzących od endomorfizmów.

Liczba cytowań 6 (według MathSciNet na dzień 16. października 2017 r.) wskazuje na pewne zainteresowanie tą tematyką wśród specjalistów.

2.1.5 Ideal structure of crossed products by endomorphisms via reversible extensions of C*-dynamical systems

Ta bardzo obszerna praca poświęcona jest C*-układom dynamicznym w postaci C*-algebry A i *rozszerzalnego* endomorfizmu α . Poprzez konstrukcję stowarzyszonego układu dynamicznego (B, β) , który jest „*odwracalny*”, autor podaje m.in. opis kraty tak zwanych ideałów niezmienniczych na cechowanie (ang. *gauge-invariant*) w uogólnionych iloczynach krzyżowych (z parametrem J) oraz kryteria ich prostoty.

2.1.6 Crossed products by endomorphisms of $C_0(X)$ -algebras

Bardzo wyrafinowany artykuł zawiera dogłębną analizę relatywnych iloczynów krzyżowych przez endomorfizmy tak zwanych $C_0(X)$ -algebr, t.j. C*-algebr A posiadających morfizm z $C_0(X)$ do centrum A . Wśród wyników znajdziemy m.in. kryteria nuklearności i dokładności $C^*(A, \alpha; J)$ (gdzie J jest ideałem zawartym w $(\ker \alpha)^\perp$) oraz kryterium mówiące kiedy dla $C^*(A, \alpha; J)$ zachodzi tak zwane twierdzenie o współczynnikach uniwersalnych (UCT). Udowodniony jest analog ciągu dokładnego Pimsnera-Voiculescu, a dla układów „odwracalnych” ($\ker \alpha$ jest dopełnionym ideałem, a obraz α podalgebrą dziedziczną) podane jest kryterium czystej nieskończoności (ang. *pure infiniteness*). Liczba dwóch cytowań tej pracy z pewnością w niedługim czasie znacznie wzrośnie.

2.1.7 Topological aperiodicity for product systems over semigroups of Ore type

W pracy tej autorzy badają C*-algebry typu Cuntza-Pimsnera, a w szczególności dowodzą tak zwanych „twierdzeń o jednoznaczności”, czyli pokazują, że w wielu sytuacjach algebraiczne relacje (np. pochodzące od tak zwanych C*-*correspondences*) mają jednoznaczną realizację przez operatory na przestrzeni Hilberta. Podane są też kryteria prostoty takich algebr. W ten sposób otrzymane są uogólnienia wielu znanych wyników dotyczących m.in. iloczynów krzyżowych przez działania grup dyskretnych, ale nie tylko.

Praca jest bardzo obszerna i nie zdobyła jeszcze zbyt wielu cytowań.

2.1.8 Pure infiniteness and ideal structure of C^* -algebras associated to Fell bundles

Autorzy tej pracy badają algebrę „przekrojów” wiązki Fella uogólniającą wiele znanych konstrukcji (np. iloczyny krzyżowe przez tak zwane „częściowe działania” i inne). Udowodnione są kryteria właściwej nieskończoności (ang. *proper infiniteness*) i dokładności oraz zbadana struktura kraty ideałów.

Praca ukazała się w bieżącym roku, a już uzyskała 5 cytowań (MathSciNet, 16. października 2017 r.)

2.1.9 Exel's crossed products and crossed products by completely positive maps

W pracy tej autor podaje definicję iloczynu krzyżowego C^* -algebry przez odwzorowanie w pełni dodatnie uogólniając dotychczasowe ujęcia tego zagadnienia. Usuwa wiele założeń, których wymagali autorzy wcześniejszych prac i uzyskuje nowe przykłady, które nie były objęte wprowadzonymi wcześniej konstrukcjami (np. rozszerza wiele wyników na algebry bez jedynki). Podane są również zastosowania do badania struktury C^* -algebr grafów.

2.2 Inne prace

Wykaz opublikowanych prac dołączony do autoreferatu wymienia 11 prac autorstwa habilitanta, które nie weszły w skład habilitacji. W ramach bazy danych MathSciNet dostępne są informacje o 9 z nich:

1. B.K. Kwaśniewski: Crossed product of a C^* -algebra by a semigroup of interactions. *Demonstr. Math.* **47** (2014), 350–370.
2. B.K. Kwaśniewski: Uniqueness property for C^* -algebras given by relations with circular symmetry. W *Geometric methods in physics* Trends Math., Birkhäuser/Springer 2013, pp. 303–310,
3. B.K. Kwaśniewski: C^* -algebras associated with reversible extensions of logistic mappings. (po rosyjsku) *Mat. Sb.* **203** (2012), 71–116, tłumaczenie: *Sb. Math.* **203** (2012), 1448–1489.
4. B.K. Kwaśniewski: On transfer operators for C^* -dynamical systems. *Rocky Mountain J. Math.* **42** (2012), 919–936.
5. B.K. Kwaśniewski, A.V. Lebedev: Crossed product of a C^* -algebra by a semigroup of endomorphisms generated by partial isometries. *Integral Eq. Operator Th.* **63** (2009), 403–425.
6. B.K. Kwaśniewski, A.V. Lebedev: Reversible extensions of irreversible dynamical systems: the C^* -method. (po rosyjsku) *Mat. Sb.* **199** (2008), 45–74, tłumaczenie: *Sb. Math.* **199** (2008), 1621–1648.
7. B.K. Kwaśniewski: Covariance algebra of a partial dynamical system. *Cent. Eur. J. Math.* **3** (2005), 718–765.
8. A.K. Kwaśniewski, B.K. Kwaśniewski: On trigonometric-like decompositions of functions with respect to the cyclic group of order n . *J. Appl. Anal.* **8** (2002), 111–127.
9. A.K. Kwaśniewski, B.K. Kwaśniewski: On q -difference equations and \mathbb{Z}_n decompositions of \exp_q function. *Adv. Appl. Clifford Algebras* **11** (2001), 39–61.

Niektóre z nich poświęcone są zagadnieniom niezwiązanym z tematem rozprawy habilitacyjnej, natomiast część wyraźnie nawiązuje do wyników prac przedstawionych jako osiągnięcie naukowe stanowiące podstawę postępowania habilitacyjnego. Autoreferat dra Kwaśniewskiego dostarcza o nich wyczerpujących informacji.

2.3 Cytowania i ogólna ocena publikacji

Baza danych WebOfScience podaje na dzień 16 października 2017 r., że prace dra Kwaśniewskiego były cytowane 45 razy, w tym 13 razy przez innych autorów niż habilitant. W tym prace wchodzące w skład rozprawy habilitacyjnej cytowano 28 razy. Baza danych MathSciNet podaje z kolei 64 cytowania, w tym 30 cytowań prac wchodzących w skład habilitacji. Jest to dość wysoki poziom cytowań – zwłaszcza jeśli wziąć pod uwagę czynniki takie jak stosunkowo młody wiek habilitanta, wąskie środowisko badaczy zajmujących się teorią C^* -algebr i dość wyrafinowaną i trudną tematykę prac. Według obu baz danych indeks Hirscha dra Kwaśniewskiego wynosi 5, co także jest wynikiem bardzo dobrym.

Nie ulega wątpliwości, że znakomita większość prac dra Kwaśniewskiego reprezentuje bardzo wysoki poziom naukowy. W ostatnich latach publikuje on regularnie bardzo obszerne artykuły w najlepszych pismach poświęconych analizie funkcjonalnej i teorii operatorów (w szczególności w *Journal of Functional Analysis*). Jest to fakt dość imponujący i świadczy o wybitnej pracy badawczej i wyjątkowym potencjale młodego naukowca.

2.4 Inne osiągnięcia

W ramach pracy na Uniwersytecie w Białymstoku oraz na Uniwersytecie Południowej Danii dr Kwaśniewski prowadził szereg zajęć – ćwiczeń i wykładów – głównie poświęconych algebrze operatorów, ale także analizie matematycznej, teorii prawdopodobieństwa, geometrii różniczkowej, teorii grup i.in. Jest to imponujący dorobek dydaktyczny. Pod jego opieką obronionych zostało 15 (!) prac licencjackich i jedna praca magisterska.

Habilitant został sześciokrotnie uhonorowany nagrodą Rektora UwB za działalność naukową. Ponadto zdobył Nagrodę Fundacji Marka Waclawka z pracą doktorską.

Oprócz pobytu w Odense w ramach stanowiska post-doktoranckiego i pracy w IMPAN w Warszawie, dr Kwaśniewski odbył wiele krótszych wizyt naukowych w wiodących ośrodkach naukowych (np. University of Oslo i Norwegian University of Science and Technology). Wygłosił 26 referatów na międzynarodowych konferencjach naukowych i współorganizował jedną z nich.

Ponadto dr Kwaśniewski był wykonawcą w pięciu projektach naukowych (polskich i zagranicznych) oraz kierownikiem jednego projektu finansowanego przez NCN. Uczestniczył w projektach europejskich (Noncommutative geometry the next generation, Classification of operator algebras: complexity, rigidity and dynamics i in.).

3 Autoreferat

Dokument zatytułowany “Summary of Habilitation Thesis” stanowi trzon habilitacji dra Kwaśniewskiego. Po wstępnych informacjach na temat przebiegu kariery naukowej i spisie prac wchodzących w skład osiągnięcia habilitacyjnego następuje czterdziestodwustronicowy esej podsumowujący wyniki prac habilitanta ujęte całość pod tytułem “Structure of C^* -algebras defined by relations of dynamic type”. Jest on uzupełniony informacjami o wcześniejszej aktywności naukowej dra Kwaśniewskiego oraz wyczerpującym spisem literatury.

Tematyka podjęta przez habilitanta jest bardzo skomplikowana i lektura autoreferatu wymaga skupienia i – przynajmniej w przypadku niżej podpisanego – prowadzenia równoległych notatek. Autoreferat jest skonstruowany bardzo starannie i prezentuje materiał w sposób kompletny podkreślając wyniki i pomysły dra Kwaśniewskiego, które szczególnie wpłynęły na rozwój dziedziny naukowej, której poświęcił swoje badania.

Po zawierającej niezbędne w dalszych rozdziałach podstawowe pojęcia i definicje części pierwszej następuje rozdział “Crossed products by endomorphisms”, w którym opisane są wyniki prac omówionych w częściach 2.1.2, 2.1.5 i 2.1.6 powyżej. W szczególności podane jest kryterium prostoty iloczynu krzyżowego $C^*(A, \alpha, J)$ i jego K -teoria (à la Pimsner-Voiculescu). Następny rozdział “Crossed products by completely positive maps” poświęcony jest wynikom z prac 2.1.9 i 2.1.4. Iloczyn krzyżowy przez odwzorowanie w pełni dodatnie opisany jest jako relatywna algebra Pimsnera-Cuntaza odpowiedniej “ C^* -correspondence”. Podane są także zastosowania do al-

gebr grafowych i wyniki na temat K -teorii algebr związanych z „oddziaływaniem”. W kolejnym rozdziale “Unification of Cuntz-Pimsner algebras and Doplicher-Roberts algebras” przybliżone są wyniki pracy 2.1.2. Istniejące wcześniej w literaturze konstrukcje (i twierdzenia) są zunifikowane w języku ideałów w tak zwanych C^* -pre-kategoriach. Rozdział “Cuntz-Pimsner algebras for product systems associated to systems over Ore semigroups” podsumowuje wyniki prac omówionych wyżej w częściach 2.1.7 i 2.1.3. Wreszcie w rozdziale “Ideal structure and pure infiniteness of C^* -algebras associated to Fell bundles” omówione są wyniki z pracy 2.1.7 dotyczące m.in. czystej nieskończoności C^* -algebry przekrojów wiązki Fella.

Oprócz pojedynczych wyników takich jak np. rozszerzenie teorii iloczynów krzyżowych na endomorfizmy nierozszerzalne, wprowadzenie wielu bardzo efektywnych technik służących badaniu własności iloczynów krzyżowych (nuklearność dokładność, UCT, prostota itd.) oraz obliczaniu ich K -teorii i wielorakim uogólnieniom konstrukcji iloczynu krzyżowego, bardzo ważnym dokonaniem jest wprowadzenie ładu i zebranie (oraz opisanie w spójnym języku) materiału na temat iloczynów krzyżowych przez endomorfizmy (i ich uogólnień), niekiedy przytłaczającej objętości. Zadanie to habilitant wykonał bardzo dobrze i zapewne nie ma w chwili obecnej wielu matematyków na świecie, którzy potrafiliby zrobić to równie dobrze.

Niestety, gdy przyjrzeć się stronie redakcyjnej autoreferatu, uderza brak staranności ostro kontrastujący z przejrzystą strukturą dzieła. Nie sposób spisać wszystkich usterek typograficznych, gramatycznych, stylistycznych itp., na które można się w nim natknąć. Nie umniejsza to imponujących dokonań naukowych habilitanta, ale z pewnością stanowi mankament pracy.

4 Podsumowane

Praca habilitacyjna dra Kwaśniewskiego stanowi zwieńczenie bardzo wyrafinowanego dzieła obejmującego dziewięć publikacji i stanowiącego ważny wkład w rozwój teorii C^* -algebr ze szczególnym uwzględnieniem teorii iloczynów krzyżowych przez endomorfizmy i jej uogólnień. Nie ulega najmniejszej wątpliwości, że dr Bartosz Kosma Kwaśniewski z nawiązką spełnia ustawowe i zwyczajowe wymogi stawiane kandydatom na stopień doktora habilitowanego.

Piotr Sołtan

Piotr Mikołaj Sołtan