

Dr hab. Andrzej Sołtysiak
Wydział Matematyki i Informatyki
Uniwersytetu im. Adama Mickiewicza
w Poznaniu

Poznań, 21 listopada 2017 r.

**Recenzja dorobku dr. Bartosza Kosmy Kwaśniewskiego
w postępowaniu o nadanie stopnia doktora habilitowanego
w Instytucie Matematycznym PAN w Warszawie**

Pan Bartosz Kosma Kwaśniewski otrzymał stopień doktora nauk matematycznych w Instytucie Matematycznym PAN w Warszawie w roku 2009, na podstawie rozprawy „Analiza spektralna operatorów generujących nieodwracalne układy dynamiczne”, napisanej pod kierunkiem prof. dra hab. A. V. Lebedeva. Od października 2009 roku Pan dr Kwaśniewski jest zatrudniony w Instytucie Matematyki na Uniwersytecie w Białymstoku.

Osiągnięcie habilitacyjne Pana dra Kwaśniewskiego zatytułowane „Struktury C^* -algebr zadanych przez relacje typu dynamicznego” stanowi cykl następujących dziewięciu publikacji:

- [KL13] B. K. Kwaśniewski, A. V. Lebedev, *Crossed products by endomorphisms and reduction of relations in relative Cuntz-Pimsner algebras*, J. Funct. Anal. **264** (2013), 1806–1847.
- [Kwa13] B. K. Kwaśniewski, *C^* -algebras generalizing both relative Cuntz-Pimsner and Doplicher-Roberts algebras*, Trans. Amer. Math. Soc. **365** (2013), No. 4, 1809–1873.
- [Kwa14] B. K. Kwaśniewski, *Topological freeness for Hilbert bimodules*, Israel J. Math. **199** (2014), No. 2, 641–650.
- [Kwa14’] B. K. Kwaśniewski, *Crossed products for interactions and graph algebras*, Integr. Equ. Oper. Theory **80** (2014), No. 3, 415–451.
- [Kwa15] B. K. Kwaśniewski, *Ideal structure of crossed products by endomorphisms via reversible extensions of C^* -dynamical systems*, Int. J. Math. **26** (2015), No. 3, 1550022 (45 pages).
- [Kwa16] B. K. Kwaśniewski, *Crossed products by endomorphisms of $C_0(X)$ -algebras*, J. Funct. Anal. **270** (2016), 2268–2335.
- [KS16] B. K. Kwaśniewski, W. Szymański, *Topological aperiodicity for product systems over semigroups of Ore type*, J. Funct. Anal. **270** (2016), No. 9, 3453–3504.
- [KS17] B. K. Kwaśniewski, W. Szymański, *Pure infiniteness and ideal structure of C^* -algebras associated to Fell bundles*, J. Math. Anal. Appl. **445** (2017), No. 1, 898–943.
- [Kwa17] B. K. Kwaśniewski, *Exel’s crossed products and crossed products by completely positive maps*, Houston J. Math. **43** (2017), No. 2, 509–567.

Osiągnięcie habilitacyjne dra Kwaśniewskiego dotyczy zagadnień związanych z produktami krzyżowymi C^* -algebr. Pojęcie produktu krzyżowego W^* -algebry przez działanie grupy dyskretnej zostało wprowadzone przez Johna von Neumanna w roku 1940. W teorii C^* -algebr pojęcia tego używał Segal, a pierwszą formalną definicję podał Turumaru w roku 1958. W drugiej połowie ubiegłego wieku teoria produktów krzyżowych C^* -algebr przez działania grupowe intensywnie się rozwijała i od końca lat siedemdziesiątych została w pełni uformowana. Doczekała się obszernej monografii autorstwa Dany P. Williams [Wil07] (numery referencji z Autoreferatu Habilitanta). Produkty krzyżowe, różnego rodzaju, są w dalszym ciągu badane przez wielu autorów w różnych ośrodkach na całym świecie. Historia rozwoju teorii produktów krzyżowych C^* -algebr jak i obecny stan wiedzy na ich temat są bardzo dobrze opisane w obszernym Autoreferacie Habilitanta.

Prace tworzące osiągnięcie habilitacyjne dotyczą teorii uogólnionych produktów krzyżowych C^* -algebr. Habilitant zajmuje się w nich m. in. produktami krzyżowymi poprzez endomorfizmy, półgrupowymi działaniami C^* -korespondencji i grupowymi działaniami przez hilbertowskie bimoduły.

Spośród dziewięciu prac tworzących osiągnięcie habilitacyjne sześć jest autorstwa Habilitanta, a trzy są współautorskie. Przy czym wkład Habilitanta w ich powstanie był znaczący. Prace te są wydrukowane w bardzo dobrych czasopismach takich jak: Transactions of the American Mathematical Society, Journal of Functional Analysis, Journal of Mathematical Analysis and Applications, Israel Journal of Mathematics, Integral Equations and Operator Theory, International Journal of Mathematics i Houston Journal of Mathematics. Ponadto na podkreślenie zasługuje fakt, że są one bardzo obszerne. Łącznie liczą 427 stron.

Przedstawię pokrótce treść poszczególnych prac składających się na osiągnięcie habilitacyjne.

W pracy [KL13] Autorzy konstruują produkt krzyżowy C^* -algebry A przez dowolny endomorfizm $\alpha: A \rightarrow A$. Konstrukcja ta wykorzystuje ideały J algebry A , które są ortogonalne do jądra homomorfizmu α . Ideały te pełnią rolę „parametrów” pozwalających opisać wszystkie możliwe produkty krzyżowe poprzez endomorfizm α . Zbadany jest związek tej konstrukcji z względnymi algebrami Cuntza-Pimsnera.

Praca [Kwa13] poświęcona jest wprowadzeniu i zbadaniu C^* -algebr stowarzyszonych z C^* -prekategoriami z prawym tensorowaniem nad półgrupą \mathbb{N} , tzw. prawo-tensorowymi C^* -prekategoriami. Habilitant wykazał, że ta Jego nowa konstrukcja stanowi ujednoczenie i rozszerzenie istniejących klasycznych teorii algebr Cuntza-Pimsnera i Doplichera-Robertsza.

W pracy [Kwa14] Autor wykazał, że topologiczna wolność funktora Rieffela indukowanej reprezentacji implikuje, że dowolna C^* -algebra generowana przez wierną kowariantną reprezentację hilbertowskiego bimodułu X nad C^* -algebrą A jest kanonicznie izomorficzna z produktem krzyżowym $A \rtimes_X \mathbb{Z}$. W pracy tej opisana jest krata ideałów oraz podane kryterium prostoty dla algebry $A \rtimes_X \mathbb{Z}$.

Przedmiotem badania w pracy [Kwa14'] są produkty krzyżowe zbudowane za pomocą interakcji Exela $(\mathcal{V}, \mathcal{H})$ na C^* -algebrze A z jedyneką, takich że $\mathcal{V}(A)$ i $\mathcal{H}(A)$ są podalgebrami dziedzinowymi w algebrze A . Dla takich produktów wykazano twierdzenie o jednoznaczności, opisano strukturę kratową ideałów, podano kryterium prostoty i wersję ciągu dokładnego Pimsnera-Voiculescu. Opisano przykłady interakcji pochodzących od grafów skończonych, które nie są interakcjami zbudowanymi za pomocą endomorfizmów.

Praca [Kwa15] zawiera konstrukcję produktu krzyżowego dla C^* -algebry, niekoniecznie posiadającej jedynekę, z endomorfizmem α rozszerzalnym do endomorfizmu algebry mnożników $M(A)$. Z taką parą (A, α) stowarzyszony jest kanoniczny C^* -układ dynamiczny (B, β) , który rozszerza (A, α) i jest odwracalny w tym sensie, że endomorfizm β posiada jednoznacznie określony zupełny operator przejścia β_* . Para (B, β) posiada własności analogiczne do klasycznych produktów krzyżowych przez automorfizm. Wykorzystując ten fakt i związek pomiędzy parami (B, β) i (A, α) Autor bada strukturę ideałów produktu krzyżowego $C^*(A, \alpha, J)$ wprowadzonego poprzednio w pracy [KL13]. Jako wniosek z otrzymanych rezultatów otrzymuje kryteria na prostotę algebry $C^*(A, \alpha, J)$.

W obszernej pracy [Kwa16] Autor najpierw rozwija teorię produktów krzyżowych C^* -algebry A przez dowolny endomorfizm $\alpha: A \rightarrow A$, dokładniej rozważane są względne produkty krzyżowe $C^*(A, \alpha, J)$, gdzie J jest ideałem algebry A . Opisane są z dokładnością do równoważności Mority-Rieffela \mathbb{T} -niezmiennicze ideały algebry $C^*(A, \alpha, J)$ i podany sześciowyrazowy ciąg dokładny wyznaczający ich K -teorię. Otrzymane zostały również kryteria na to, aby wszystkie ideały w $C^*(A, \alpha, J)$ były \mathbb{T} -niezmiennicze oraz aby algebra $C^*(A, \alpha, J)$ była czysto nieskończona. Pozostała część tej pracy jest poświęcona sytuacji, gdy A jest $C_0(X)$ -algebrą i α ma postać $\alpha(fa) = \Phi(f)\alpha(a)$, gdzie $a \in A$, $f \in C_0(X)$ i Φ jest endomorfizmem algebry $C_0(X)$. Dla układów tej postaci podane są warunki na jednoznaczność, \mathbb{T} -niezmienniczość wszystkich ideałów i czystą nieskończoność.

W pracy [KS16] Autorzy rozważają regularne systemy produktowe C^* -korespondencji X nad półgrupą dyskretną P o współczynnikach w dowolnej C^* -algebrze A oraz stowarzyszone z nimi algebry Cuntza-Pimsnera \mathcal{O}_X . Badana jest struktura algebry \mathcal{O}_X i skonstruowana półgrupa dualna \widehat{X} do regularnego systemu produktowego X . Sformułowany został warunek aperiodyczności systemu produktowego w terminach \widehat{X} oraz udowodnione twierdzenie o jednoznaczności i kryterium na prostotę algebry \mathcal{O}_X . Otrzymane wyniki uogólniają rezultaty z prac R. J. Archbolda i J. S. Spielberga dla produktów krzyżowych przez grupy dyskretne oraz R. Exela i A.M. Vershika dla produktów Exela. Podane są również nowe warunki na jednoznaczność i prostotę C^* -algebr stowarzyszonych z topologicznymi grafami wyższego rzędu oraz P -grafami.

Praca [KS17] poświęcona jest badaniu własności zredukowanej algebry $C_r^*(\mathcal{B})$ cięć wiązki Fella \mathcal{B} nad grupą dyskretną G . Badana jest struktura ideałów algebry $C_r^*(\mathcal{B})$, w tym przestrzeń ideałów prymitywnych. Zdefiniowane i następnie zbadane zostały aperiodyczność, paradoksalność i \mathcal{B} -nieskończoność wiązki Fella \mathcal{B} . Podane zostało kilka kryteriów na czystą nieskończoność algebry $C_r^*(\mathcal{B})$. Wyniki te stanowią uogólnienie i ujednoczenie poprzednio uzyskanych kryteriów przez szereg autorów. W szczególności wyniki otrzymane w tej pracy są optymalne w przypadku C^* -algebr grafowych i prowadzą do oryginalnych rezultatów dla półgrupowych produktów krzyżowych typu Exela.

W pracy [Kwa17] Autor definiuje produkt krzyżowy C^* -algebry A przez całkowicie dodatnie odwzorowanie $\varrho: A \rightarrow A$ względem ideału algebry A . Pojęcie to uogólnia różne produkty krzyżowe przez endomorfizmy, a w przypadku gdy algebra A jest przemienna, zawiera C^* -algebry stowarzyszone z operatorami Markowa lub topologicznymi relacjami. Wykazany jest ścisły związek tego produktu krzyżowego z produktem krzyżowym Exela $A \rtimes_{\alpha, \mathcal{L}} \mathbb{N}$, gdzie \mathcal{L} jest operatorem przejścia względem ideału generowanego przez $\alpha(A)$. Innym zastosowaniem konstrukcji prezentowanej w tej pracy jest pokazanie, że C^* -algebra dowolnego nieskończonego grafu E może być przedstawiona jako produkt krzyżowy algebry diagonalnej \mathcal{D}_E przez nieprzemienne operator Perrona-Frobeniusa \mathcal{L} .

Z tego pobieżnego przeglądu rezultatów uzyskanych przez Habilitanta w osiągnięciu habilitacyjnym widać, że stał się On ekspertem od produktów krzyżowych C^* -algebr. Wyniki przez Niego uzyskane stanowią istotny wkład w rozwój teorii C^* -algebr.

Należy tu wymienić rozwinięcie w pracach Habilitanta ogólnej teorii produktów krzyżowych C^* -algebr przez pojedyncze odwzorowania, w szczególności przez odwzorowania całkowicie dodatnie, uzyskanie strukturalnych twierdzeń dotyczących kraty ideałów, czystej nieskończoności i K -teorii produktów krzyżowych przez endomorfizmy. Otrzymane wyniki pozwoliły na unifikację teorii względnych algebr Cuntza-Pimsnera i algebr Doplichera-Robertsza. Istotnym wkładem Habilitanta w teorię C^* -algebr jest również analiza i opis struktury półgrupowej wersji algebry Pimsnera \mathcal{O}_X w przypadku, gdy X jest regularnym systemem produktowym nad półgrupą P typu Ore. Ponadto ważne wyniki uzyskane przez Habilitanta dotyczą analizy zredukowanej C^* -algebry cięć $C_r^*(\mathcal{B})$ wiązki Fella \mathcal{B} nad grupą dyskretną. Podany został opis struktury ideałów oraz efektywne kryteria czystej nieskończoności dla algebry $C_r^*(\mathcal{B})$. Kryteria te wzmacniają i unifikują analogiczne wyniki uzyskane dla produktów krzyżowych przez szereg autorów takich jak Laca i Spielberg, Jolissaint i Robertson, Sierakowski i Rørdam, Giordano i Sierakowski oraz Ortega i Pardo.

Wyniki uzyskane w osiągnięciu habilitacyjnym zostały zauważone i docenione przez specjalistów, o czym świadczy m.in. fakt, że są one cytowane w co najmniej czterech pracach (autorów z Korei Południowej, Urugwaju, Kanady i Wielkiej Brytanii), które zostały przyjęte do druku, ale jeszcze nie są opublikowane. Świadczy to również o tym, że tematyka badań Habilitanta jest bardzo aktualna. Wysoka jest ranga czasopism, w których zostały opublikowane prace wchodzące w skład osiągnięcia habilitacyjnego (sumaryczny impact factor 10,945 według listy Journal of Citation Report), jak i duża liczba cytowań (według Web of Science: suma wszystkich cytowań 40, bez autocytowań 8; według MathSciNet Mathematical Reviews: suma wszystkich cytowań 61, bez autocytowań 14, prace były cytowane przez 25 autorów). Indeks Hirscha według Web of Science wynosi 4, a według MathSciNet Mathematical Reviews 5. Warto podkreślić, że prace tworzące osiągnięcie habilitacyjne zostały opublikowane w latach 2013–2017, a więc stosunkowo niedawno, co oznacza, że wskaźniki cytowalności powinny jeszcze wzrosnąć.

Moim zdaniem waga i ilość uzyskanych przez dra Kwaśniewskiego wyników wystarczyłaby na dwie habilitacje. Moja ocena osiągnięcia habilitacyjnego jest bardzo wysoka.

Pozostały dorobek dra Kwaśniewskiego składa się z czternastu pozycji, z czego jedenaście prac zostało opublikowanych, jedna jest przyjęta do druku, jedna wysłana do druku, a jedna jest pracą doktorską. Dwie spośród tych prac ([KK01], [KK02]; numeracja z Autoreferatu Habilitanta) powstały w czasie, gdy Pan Kwaśniewski był jeszcze studentem. Dotyczą one funkcji specjalnych. Natomiast trzy prace ([Kwa09], [Kwa05'], [Kwa12']) są związane z rozprawą doktorską. Pozostałe dziewięć prac można podzielić na dwie grupy. Pierwszą z nich tworzą prace ([Kwa05], [KL08], [KL09], [Kwa12'], [Kwa15']) zawierające wyniki, które zostały uogólnione w osiągnięciu habilitacyjnym. Natomiast drugą grupę tworzą cztery prace ([Kwa12], [Kwa14'], [KM], [KL]) również dotyczące zagadnień związanych z tematyką badań w osiągnięciu habilitacyjnym. Rozważane są w nich następujące problemy: struktura operatorów przejścia, półgrupowe produkty krzyżowe przez interakcje, warunki nietrywialności dla wiązek Fella i algebry Nica-Toeplitza dla C^* -prekategorii z prawym tensorowaniem. Większość z tych prac niewchodzących w skład osiągnięcia habilitacyjnego ukazała się w bardzo dobrych lub dobrych czasopismach t.j. *Studia Mathematica*, *Matematičeskij Sbornik*, *Integral Equations and Operator Theory*, *Rocky*

Journal of Mathematics, Mathematical Notes. Prace te świadczą o tym, że Habilitant znajduje ciągle ciekawe problemy w teorii produktów krzyżowych C^* -algebr i z powodzeniem je rozwiązuje.

Pan dr Kwaśniewski uczestniczył w sześciu projektach badawczych. Był kierownikiem jednego z nich, a w pięciu był wykonawcą. Swoje wyniki prezentował na dwudziestu sześciu konferencjach międzynarodowych i krajowych wygłaszając referaty. Był opiekunem naukowym dwojga studentów oraz promotorem piętnastu prac licencjackich z matematyki i matematyki finansowej. Odbył dwuletni staż naukowy, podoktorski, na University of Southern Denmark w Odense oraz roczny staż w Instytucie Matematycznym PAN w Warszawie. Ponadto przebywał wielokrotnie na krótkich pobytach w takich ośrodkach jak: Universität Göttingen, University of Oslo, Norwegian University of Science and Technology w Trondheim, University of the Faroe Islands w Torsavn na Wyspach Owczych, Universidade Federal de Santa Catarina we Florianopolis, Brazylia i University of Southern Denmark w Odense. Pan dr Kwaśniewski jest również bardzo aktywnym uczestnikiem seminariów i szkół oraz warsztatów, na których wygłasza odczyty. Imponujący jest również zakres prowadzonych przez Niego zajęć dydaktycznych na Uniwersytecie w Białymstoku.

Biorąc powyższe pod uwagę, stwierdzam, że **osiągnięcie habilitacyjne i cały dorobek naukowy oraz aktywność naukowa, organizacyjna i dydaktyczna Pana dra Bartosza Kosmy Kwaśniewskiego spełniają z naddatkiem ustawowe i zwyczajowe wymagania stawiane w postępowaniach habilitacyjnych w zakresie nauk matematycznych. Z pełnym przekonaniem wnoszę o nadanie Panu doktorowi Kwaśniewskiemu stopnia naukowego doktora habilitowanego nauk matematycznych.**

Andrzej Sołtysiak