Prof. dr hab. Krzysztof M. Pawałowski
Wydział Matematyki i Informatyki
Uniwersytet im. Adama Mickiewicza w Poznaniu

Poznań, 7 grudnia 2019 roku

Recenzja rozprawy habilitacyjnej

Recenzja związana jest z rozprawą habilitacyjną, którą przygotował dr Maciej Bocheński, pracownik Uniwersytetu Warmińsko–Mazurskiego w Olsztynie. Przedstawiona do oceny rozprawa ma tytuł „*Dyskretne podgrupy grup Liego działające na przestrzeniach jednorodnych: formy Clifforda–Kleina*" i składa się z następujących czterech prac:

[1] M. Bocheński, A. Tralle, *Clifford–Klein forms and a-hyporbolic rank*, Int. Math. Res. Notices 5 (2015), 6267–6285.

[2] M. Bocheński, *Proper actions on strongly reg. homogeneous spaces*, Asian J. Math. 21 (2017), 1121–1134.

[3] M. Bocheński, A. Tralle, *On solvable compact Clifford–Klein forms*, Proc. Amer. Math. Soc. 145 (2017), 1819–1832.

[4] M. Bocheński, P. Jastrzębski, A. Szczepkowska, A. Tralle, A. Woike, *Semisimple subalgebras in simple Lie algebras and a computational approach to the compact Clifford–Klein forms problem*, Experimental Mathematics (2019), DOI: 10.1080/10586458.2018.1492475.

Armand Borel uważany jest za prekursora badań dotyczących podgrup dyskretnych w grupach Liego (*Compact Clifford–Klein forms of symmetric spaces*, Topology 2 (1963), 111–122). Cała seria prac, które opublikował Toshiyuki Kobayashi w latach 1989–2001, wywarła duży wpływ na kierunki podejmowanych badań. Jednym z ważnych problemów jest udzielenie odpowiedzi na następujące pytanie: jeżeli G jest grupą Liego, a H jest jej podgrupą domkniętą, to czy przestrzeń jednorodna G/H ma strukturę *formy Clifforda–Kleina*; to jest, czy istnieje podgrupa dyskretna Γ grupy G, która działa na G/H w sposób właściwy i kozwarty. Kozwartość oznacza, że przestrzeń $\Gamma\backslash G/H$ warstw podwójnych $\{\gamma gh\colon \gamma \in \Gamma, g \in G, h \in H\}$ jest zwarta.

Odpowiedzi na to pytanie często można udzielić przy założeniu, że H jest typu reduktywnego w G. Wiadomo, że jeżeli cała grupa G jest reduktywna, a grupa H jest zwarta, to G/H przyjmuje strukturę formy Clifforda–Kleina. Bez założenia zwartości H, ta konkluzja nie zawsze jest prawdziwa. Wobec tego w badaniach nad tym problemem należy założyć, że grupy G i H nie są zwarte. Wyboru grupy Γ, dającej strukturę formy Clifforda–Kleina na G/H, należy tak dokonać, by Γ nie była ani „zbyt duża”, by mogła działać w sposób właściwy na G/H, ani też „zbyt mała”, by zapewnić zwartość przestrzeni $\Gamma\backslash G/H$.

W pracy [1] autorzy zajmują się przestrzeniami jednorodnymi G/H w przypadku, gdy G jest spójną, półprostą, rzeczywistą, liniową grupą Liego. Badają, między innymi, wymiar stożka wypukłego określonego przez działanie grupy Weyla algebry Liego $\mathfrak{g}$ grupy G. Pozwoliło im to na podanie przykładów przestrzeni jednorodnych G/H zarówno tych, które posiadają, jak i tych, które nie posiadają żadnej struktury formy Clifforda–Kleina. W podanych przykładach grupa Γ, która działa na G/H, nie jest wirtualnie abelowa. W specyficznej sytuacji, gdy grupa G jest jednospójną, rzeczywistą grupą Liego o algebrze Liego $\mathfrak{e}_6^{\mathrm{IV}}$, autorzy pokazują, że przestrzeń G/H posiada strukturę formy Clifforda–Kleina wtedy i tylko wtedy, gdy H jest zwarta.

W jedynej samodzielnej pracy [2], która wchodzi w skład rozprawy habilitacyjnej, zakłada się, że G jest spójną, reduktywną, rzeczywistą, liniową grupą Liego, po czym pokazuje, że jeżeli H jest typu wewnętrznego, to przestrzeń jednorodna G/H dopuszcza działanie właściwe podgrupy dyskretnej Γ grupy G, która nie jest wirtualnie abelowa, wtedy i tylko wtedy, gdy G/H ma działanie właściwe podgrupy L grupy G lokalnie izomorficznej z grupą $\mathrm{SL}_2(\mathbb{R})$.

Przyjmując założenie, że G jest półprostą, rzeczywistą grupą Liego, Yves Benois (1996) pokazał, że jeżeli przestrzeń jednorodna G/H nie jest zwarta, to przestrzeń $\Gamma\backslash G/H$ nie może być zwarta dla żadnej podgrupy nilpotentnej Γ grupy G działającej w sposób właściwy na G/H. Autorzy pracy [3] rozszerzyli ten wynik, zakładając rozwiązalność zamiast nilpotentności grupy Γ. Dokładniej mówiąc, przy założeniu, że G jest spójną, półprostą i liniową grupą Liego, natomiast H jest częścią półprostą składnika Leviego pewnej podgrupy parabolicznej grupy G, pokazali, że jeżeli forma Clifforda–Kleina $\Gamma\backslash G/H$ jest zwarta, to Γ nie może być wirtualnie rozwiązalna.

W pracy [4] autorzy opisują algorytm, który przy użyciu programu komputerowego pozwala na znalezienie przestrzeni jednorodnych G/H bez żadnej struktury Clifforda–Kleina. O grupie Liego G zakłada się, że jest półprosta i niezwarta. Komputerowe obliczenia, wykonane dla szerokiej klasy przestrzeni jednorodnych, pokazały nieznikanie przeszkód kohomologicznych dla istnienia form Clifforda–Kleina. Przeszkody te określił Nicolas Tholozan (arXiv:1511.09448).

Uważam, że wyniki prac [1]–[4], tworzących rozprawę habilitacyjną, stanowią istotny wkład do badań form Clifforda–Kleina. Do dorobku naukowego habilitanta należy również osiem innych prac naukowych, których współautorami są Piotr Jastrzębski, Marek Ogryzek, Takayuki Okuda, Anna Szczepkowska, Aleksy Tralle i Artur Woike. Uzyskane wyniki są opublikowane w dobrych czasopismach. Temayka badawcza tych prac dytyczy dyskretnych podgrup Liego i teorii grubych wiązek, i podejmowana jest przez wielu matematyków. Uderzającym jest fakt, że dr Maciej Bocheński opublikował samodzielnie tylko jedną z dwunastu prac zaliczonych do rozprawy habilitacyjnej i dorobku naukowego. Zgodnie z informacjami współautorów w oświadczeniach załączonych do dokumentacji habilitacyjnej, ten fakt wynika ze sposobu ich pracy. Ciągłe kontakty i liczne dyskusje prowadzą do wspólnych artykułów. Współautorzy podkreślają, że habilitant wniósł istotny wkład do uzyskanych wyników, zainicjował ich badania nad hipotezą Kobayashiego i był autorem strategii badawczej.

Dr Maciej Bocheński wygłosił kilka odczytów (w tym także jako wykładowca plenarny) na konferencjach o zasięgu międzynarodowym, np. na konferencjach organizowanych przez PTM w Olsztynie w 2016 roku i Wrocławiu w 2018 roku, oraz na konferencjach Glances@Manifolds, które odbyły się w Krakowie w 2015 i 2018 roku. Pod tym względem habilitant nie wykazuje jednak dużej aktywności, w autoreferacie nie wspomina o wykładach na konferencjach poza granicami kraju, ani też o ewentualnych stażach naukowych w innych ośrodkach. Habilitant nie zamieścił również żadnej wzmianki o grantach naukowych, w których mógł uczestniczyć. Wspomniał natomiast, że współpracował (prawie przez rok) z firmą Energy Solution z Warszawy w projektowaniu oraz wdrażaniu modeli matematycznych związanych ze sprzedażą energii elektrycznej. Dodał też, że współorganizował Warmińsko–Mazurskie Zawody Matematyczne i był promotorem sześciu prac dyplomowych.

Podsumowując swoją recenzję, stwierdzam, że wyniki naukowe przedstawione w rozprawie habilitacyjnej złożonej z czterech prac, w tym tylko jednej samodzielnej, nie pozwalają w moim przekonaniu uznać dorobku samego habilitanta za wystarczający, by skierować rozprawę do dalszego postępowania i sfinalizowania habilitacji.

Biorąc również pod uwagę dorobek naukowy bez samodzielnych prac, który nie wchodzi w skład rozprawy habilitacyjnej, a także brak takich aktywności, jak np. staże naukowe czy realizacja grantów, uważam, że dr Maciej Bocheński nie spełnia w wystarczającym stopniu ustawowych i zwyczajowych wymagań, które stawiane są kandydatom do uzyskania stopnia doktora habilitowanego. Dlatego też *nie wnoszę* o przyjęcie rozprawy habilitacyjnej, którą przedstawił dr Maciej Bocheński.

Krzysztof Pawałowski

Krzysztof M. Pawałowski