Recenzja rozprawy habilitacyjnej przedstawionej przez dra J.Mederskiego pt. "Teoria punktów krytycznych silnie określonych funkcjonałów oraz czasowo-harmonicznych równań Maxwella z nieliniowością o subkrytycznym wzroście"

Jarosław Mederski doktorat obronił (z wyróżnieniem) w 2009 roku na Uniwersytecie Mikołaja Kopernika w Toruniu, jego promotorem był prof. dr hab. Wojciech Kryszewski. J. Mederski jest też magistrem informatyki. Odbył rocznego post-doca w Giessen. Następnie roczny staż w IMPANie w Warszawie. Obecnie jest zatrudniony jako adiunkt na trzyletniej pozycji w IMPAN.

J. Mederski odbył wiele wizyt naukowych, które często owocowały wspólnymi pracami z matematykami niemieckimi, włoskimi czy chińskimi. J.Mederski ma również wspólne prace ze swoim doktorantem, B.Bieganowskim. Dba obecnie o wykształcenie dwóch studentów studiów doktoranckich, B.Bieganowskiego (który studiuje w Toruniu) oraz J.Schino z Włoch, który robi doktorat w IMPANie w Warszawie.

J. Mederski jest autorem 19 prac (jedna jest póki co w recenzji). Trzy z nich publikowane były w trakcie doktoratu, po doktoracie opublikował on 15 prac (dodatkowo szesnasta jest złożona do publikacji). Generalnie w dorobku Mederskiego rozróżnić można trzy tematyki. Tematyka topologiczna, uprawiana głównie w trakcie doktoratu. Tematyka odwzorowań wielowartościowych, uprawiana po doktoracie, a przed wyjazdem na post-doca. Wreszcie, tematyka związana z rachunkiem wariacyjnym i jego wykorzystaniem do dowodzenia istnienia rozwiązań równań elektrodynamiki oraz optyki. Tematyka ta została podjęta przez J.Mederskiego w trakcie post-doca i do dziś jest on zaangażowany w badania zagadnień z zakresu rachunku wariacyjnego.

MathSciNet notuje 46 cytowań jego prac przez 22 autorów. Wynik ten nie wygląda może zachwycająco, trzeba jednak pamiętać, iż prace Mederskiego (stanowiące główną podstawę jego habilitacji) są bardzo świeże. Jedna z nich, opublikowana wspólnie z T.Bartschem w Archive for Rational Mech. Anal. w 2015 roku była cytowana już 13 razy, co odzwierciedla zainteresowanie nią. Do tego trzeba dołożyć fakt, że Mederski był zapraszany jako invited speaker na międzynarodowe konferencje, a studia doktoranckie pod jego kierunkiem rozpoczął student z Włoch. Ponadto, trzeba wspomnieć, że kilka prac J.Mederskiego zostało opublikowanych w topowych pismach. M.in. dwie w Archive for Rational Mechanics and Analysis, być może najlepszym piśmie z pogranicza matematyki i fizyki.

Należy jeszcze wspomnieć, że J. Mederski otrzymał grant SONATA z NCN, ponadto dostał prestiżowe stypendium dla młodych wybitnych naukowców z Ministerstwa Nauki i Szkolnictwa Wyższego.

Przejdę do przedstawienia wyników Mederskiego wchodzących w skład jego osiągnięcia.

Po pierwsze chcę zaznaczyć, że zagadnienia podnoszone przez Mederskiego w jego osiągnięciu mają motywację fizyczną. I to opartą o klasyczne zagadnienia fizyki, teorię elektromagnetyzmu. Główne zagadnienie rozważane przez J.Mederskiego to szukanie szczególnych rozwiązań równań Maxwella przy nieliniowej polaryzacji. Trzeba też zaznaczyć, że te szczególne rozwiązania prowadzą do zagadnień rachunku wariacyjnego, będących rozszerzeniem klasycznych i ważnych w matematyce problemów.

Głównym przedmiotem studiów habilitanta jest równanie

$$\nabla \times \left(\mu(x)^{-1}\nabla \times u\right) - V(x)u = f(x,u), \tag{0.1}$$

gdzie u to niewiadome pole wektorowe, μ i V to pewne fizyczne parametry zagadnienia, natomiast funkcja f to nieliniowść, która zależy od konkretnego studiowanego problemu fizycznego. Zagadnienie jest rozważane z warunkiem brzegowym $\nu \times u = 0$ na brzegu obszaru $\Omega \subset \mathbb{R}^3$, w którym rozpatrywane są zagadnienia.

Rozwiązaniami równania (0.1) są punkty krytyczne pewnego funkcjonału związanego z równaniem (0.1). Wariacyjne metody poszukiwania rozwiązań równań polegają na dowodzeniu istnienia punktów krytycznych funkcjonałów stowarzyszonych z równaniem. Prace Mederskiego wchodzące w skład głównego osiągnięcia dotyczą dokładnie tego podejścia.

Przestrzenią, z którą najczęściej pracuje Mederski są pola wektorowe całkowalne w odpowiedniej potędze, takie że ich wirowość także jest całkowalna w tej potędze. Autor poszukuje nietrywialnych punktów krytycznych odpowiednich funkcjonałów (zależnych od nieliniowości f). Schemat postępowania jest znany z klasycznych już prac w rachunku wariacyjnym. Po pierwsze trzeba znaleźć ciąg Palais-Smale'a związany z rozważanym funkcjonałem, następnie niezerowy element u_0, do którego zbiega pewien podciąg ciągu Palais-Smale'a. Na koniec trzeba pokazać, że takie u_0 jest rzeczywiście punktem krytycznym funkcjonału.

O ile ogólna strategia jest jasna, nietrywialne jest jej przeprowadzenie w przypadkach rozważanych przez Mederskiego. O ile rozumiem, są dwa główne powody problemów. Po pierwsze, nietrywialna geometria funkcjonału, po drugie konieczność rozważania dość skomplikowanego operatora $\nabla \times \mu(x)^{-1} \nabla u$ zamiast klasycznego laplasjanu (któremu omawiany operator byłby równy dla stałego μ, gdyby aplikowany był do bezdywergentnych pól wektorowych). Warto jednak zaznaczyć, że klasyczne metody, które Mederski musiał twórczo modyfikować, są bardzo zaawansowane i wymagają dużej swobody posługiwania się przestrzeniami Sobolewa, metodami równań eliptycznych, analizą wektorową, a wreszcie nietrywialnymi metodami topologicznymi.

Trzeba było te metody uogólnić w ciekawych i niełatwych kierunkach, aby dojść do satysfakcjonujących rezultatów. I tak np. Mederski (ze współautorem) musiał z jednej strony rozważać zagadnienie własne dla operatora typu curl-curl, co było trudnością z zakresu równań cząstkowych drugiego rzędu, ale z nieklasycznym operatorem. Z drugiej strony, aby uprościć nietrywialne zagadnienie czasami trzeba było wykorzystać pewne symetrie, na które niezmiennicze okazały się rozważane operatory. I tu Mederski wykazał się pomysłowością znajdując pewne grupy symetrii charakterystyczne dla konkretnych rozważanych funkcjonałów. Badanie geometrii rozważanych funkcjonałów też było nietrywialne. Uogólnienia metod typu przełęczy górskiej czy rozmaitości Nehari'ego, tak aby można było je stosować w rozważaniach związanych z konkretnymi funkcjonałami, które były motywowane zagadnieniami fizycznymi, wymagało dużej zręczności. Nie była to prosta redukcja to istniejących już rozwiązań rozważanych wcześniej problemów. Autor wykazał się sporą inwencją i sprostał wyzwaniu.

Mnie się rozprawa przedstawiona przez J.Mederskiego bardzo podoba. Z jednej strony autor wykazał się dobrym wykształceniem w zakresie nietrywialnych metod, dużą swobodą w posługiwaniu się nimi. Z drugiej strony, nawet więcej, był w stanie twórczo te metody modyfikować, a jego adaptacje często opierały się na autorskich obserwacjach własności konkretnych rozważanych obiektów. To wszystko wydaje się przesądzać, że można swobodnie powiedzieć, że J.Mederski jest już samodzielnym dojrzałym matematykiem.

Mam głebokie przekonanie, że rozprawa habilitacyjna przedstawiona przez Jarosława Mederskiego spełnia wszelkie ustawowe jak i zwyczajowe wymagania wobec rozpraw habilitacyjnych i gorąco popieram nadanie J. Mederskiemu habilitacji.

Warszawa, 10.11.2017
dr hab. Tomasz Cieślak, prof ndzw. IMPAN